TUGAS AKHIR - SM0141501

ANALISA PEMODELAN STRUKTUR MODAL PERUSAHAAN DENGAN PENDEKATAN MODEL OPSI (STUDI KASUS: PT. UI TBK)

HALIMATUS SA'DIYAH
NRP 06111440000090

Dosen Pembimbing:
Endah R.M. Putri.,Ph.D.
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika Komputasi dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018

Halaman ini sengaja dikosongkan.

FINAL PROJECT - SM141501

COMPANY'S CAPITAL STRUCTURE MODELLING ANALYSIS WITH OPTION MODEL APPROACH (STUDY CASE: PT. UI TBK)

HALIMATUS SA'DIYAH
NRP 06111440000090

Supervisors:
Endah R.M. Putri.,Ph.D.
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Computations Mathematics and Data Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2018

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISA PEMODELAN STRUKTUR MODAL PERUSAHAAN DENGAN PENDEKATAN MODEL OPSI (STUDI KASUS: PT. UI TBK)

COMPANY'S CAPITAL STRUCTURE MODELLING ANALYSIS WITH OPTION MODEL APPROACH (STUDY CASE: PT. UI TBK)

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada
Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :
HALIMATUS SA'DIYAH
NRP. 06111440000090

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,	DosenPembimbing I,
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes	Endah R.M. Putri., Ph.D.
NIP. 19650220 198903 2 002	NIP. 19761213 200212 2 001

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika
FMKSD ITS

Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Agustus 2018

Halaman ini sengaja dikosongkan.

ANALISA PEMODELAN STRUKTUR MODAL PERUSAHAAN DENGAN PENDEKATAN MODEL OPSI (STUDI KASUS: PT. UI TBK)

Nama Mahasiswa	:	HALIMATUS SA'DIYAH
NRP	:	06111440000090
Departemen	:	Matematika FMKSD-ITS
Pembimbing	:	1. Endah R.M. Putri.,Ph.D.
		2. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

Abstrak

Salah satu masalah yang sering dihadapi perusahaan adalah tentang permodalan, dimana sumber modal tidak hanya berasal dari modal sendiri atau ekuitas namun juga dana pinjaman atau hutang. Kombinasi ekuitas dan hutang yang digunakan ini dikenal dengan istilah struktur modal. Dalam penelitian ini, dibangun sebuah model matematis struktur modal perusahaan dengan menggunakan pendekatan model opsi oleh Black-Scholes. Solusi dari model matematis yang didapatkan, disimulasikan pada data laporan keuangan PT. UI Tbk dengan tujuan untuk mengetahui pengaruh tingkat suku bunga, volatilias dan total aset terhadap struktur modal perusahaan dan risiko kegagalannya. Dari simulasi diketahui bahwa tingkat volatilitas dan suku bunga berpengaruh positif terhadap nilai pasar ekuitas perusahaan dan memberi pengaruh negatif terhadap nilai pasar hutang perusahaan. Pengaruh positif tingkat volatilitas dan suku bunga memberi peningkatan nilai pada nilai pasar ekuitas masing-masing hingga 6.672% *dan* 11.872%. *Sedangkan pengaruh negatif terhadap nilai pasar hutang membuat penurunan nilai masing-masing hingga* 3.584% *dan* 6.293%. *Selain nilai pasar ekuitas dan hutang, tingkat volatilitas juga berpengaruh terhadap premi risiko dan peluang kebangkrutan perusahaan. Semakin besar tingkat volatilitas maka premi risiko yang* *harus dilepaskan oleh perusahaan hingga* 0.413% *dan peluang kebangkrutan mencapai* 0.044028.

Kata-kunci: *Struktur Modal, Model Opsi, Nilai Pasar Hutang, Nilai Pasar Ekuitas, Risiko, Peluang Kebangkrutan*

COMPANY'S CAPITAL STRUCTURE MODELLING ANALYSIS WITH OPTION MODEL APPROACH (STUDY CASE: PT. UI TBK)

Name	:	HALIMATUS SA'DIYAH
NRP	:	06111440000090
Department	:	Mathematics FMKSD-ITS
Supervisors	:	1. Endah R.M. Putri.,Ph.D.
		2. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

Abstract

One of the problems that companies often face is about capital, where the source of capital comes not only from their own capital or equity but also loan or debt funds. A combination of equity and debt that is used is known as the capital structure. In this study, constructed a mathematical model of the company's capital structure by using option model approach by Black-Scholes. Solution of the mathematical model obtained, simulated data on the financial statements of PT Tbk UI in order to know how the interest rate, the volatilias and the total assets of the company's capital structure and the risk of failure. The results obtained are the level of volatility and interest rates have a positive effect on the market value of corporate equity and negatively affect the market value of the company's debt. The positive effects of volatility and interest rates gave an increase in the value of each equity market value up to $6,672\%$ *and* $11,872\%$*. While the negative effect on the market value of the debt resulted in a decrease in the value of each of up to* $3,584\%$ *and* $6,293\%$*. In addition to the market value of equity and debt, the volatility level also gives effect to the risk premium and the bankruptcy opportunity of the company. The greater the level of volatility, the risk premium that the company has to release up to* 0.413%

and the chance of bankruptcy reaches 0.044028.

Keywords: *Capital Structure, Option Model, Debt Market Value, Equity Market Value, Risk, Bankruptcy Probability*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillaahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

"ANALISA PEMODELAN STRUKTUR MODAL PERUSAHAAN DENGAN PENDEKATAN MODEL OPSI (STUDI KASUS: PT. UI TBK)"

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.

2. Ibu Endah Rokhmati M.P., M.T., Ph.D. dan Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis sehingga dapat terselesaikan dengan baik.

3. Bapak dan Ibu dosen penguji atas semua saran dan masukan yang telah diberikan.

4. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku koordinator Tugas Akhir.

5. Endah Rokhmati M.P., M.T., Ph.D. selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Departemen Matematika FMKSD ITS.

6. Bapak dan Ibu dosen atas ilmu yang telah diberikan, semoga bisa menjadi *jariyah* dan manfaat. Serta para staf Jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

7. Kedua Orang Tua saya, Bapak Sairul Aminana dan Ibu Zunaidah, terima kasih atas segala dukungan, semangat dan doa yang selalu terucap. Terimakasih untuk bimbingan dan mimpi yang ditanamkan selama penulis menempuh pendidikan ini.

8. Mas Afrian Muflihul Imron sebagai kakak serta sahabat yang selalu memberikan bahu untuk bersandar. Terimakasih atas dukungan , doa dan semangatnya.

9. Keluarga besar AKSIOM14 yang menjadi keluarga pertama ketika penulis menjadi mahsiswa baru, Keluarga besar KOPMA dr. Angka ITS yang menjadi rumah kedua penulis selama di perantauan dan memberikan ilmu yang bermanfaat tentang perkoperasian dan organisasi, Keluarga Kos Pak Kamal Fitriani I.R, Talitha B.A, Anindya Nur M., dan Astika yang telah bersedia mendengarkan keluh kesah penulis selama mengerjakan tugas akhir, Faizin Anshori, Ana Wulandaari dan Meylita Sari selaku teman satu pembimbing yang telah banyak memberi motivasi selama penulis mengerjakan Tugas Akhir ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam pengerjaan ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga penulisan ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Agustus 2018

Penulis

Halaman ini sengaja dikosongkan.

DAFTAR ISI

Halaman ini sengaja dikosongkan.

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

Hal

Hal

Halaman ini sengaja dikosongkan.

DAFTAR TABEL

Hal

Halaman ini sengaja dikosongkan.

Daftar Simbol

dP	Perubahan nilai sekuritas.
W	Proses d *Wiener*.
μ	Nilai Drift.
σ	Nilai Volatilitas.
V	Nilai Opsi.
C	Nilai Opsi Beli.
P	Nila Opsi Jual.
S	Nilai Saham.
K	*Strike Price* Opsi.
T	Waktu Jatuh Tempo.
r	Tingkat Bunga Bebas Risiko.
π	Nilai Portofolio.
Δ	Jumalah Saham.
$N(d_1)$	Distribusi Normal Komulatif dengan Nilai d_1
$N(d_2)$	Distribusi Normal Komulatif dengan Nila d_2.
R_t	*Return* aset perusahaan pada waktu t.
$\tilde{R}_t$	Rata-rata *Return* Aset Perusahaan.
sr	Standar deviasi *return* perusahaan.
A_t	Aset Perusahaan pada Waktu t.
A_{t-1}	Aset Perusahaan pada Waktu $t-1$.
F_t	Fungsi Distribusi Komulatif Normal.
F_s	Fungsi Distribusi Komulatif Empiris.
$\hat{\sigma}$	Estimasi Nilai Volatilitas.
$\hat{\mu}$	Estimasi Nilai *Drift*.
A	Nilai Aset atau Nilai Pasar Perusahaan.
Y	Nilai Pasar Sekuritas Perusahaan.
D	Nilai Pasar Hutang.
E	Nilai Pasar Ekuitas.
B	Jumlah Hutang yang Dibayarkan pada Jatuh Tempo.
L	Leverage.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB I
PENDAHULUAN

Pada bab ini dibahas latar belakang yang mendasari penulisan Tugas Akhir. Bagian ini mencakup permasalahan pada topik Tugas Akhir. Kemudian dirumuskan menjadi permasalahan yang diberikan batasan-batasan untuk membatasi pembahasan pada Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang Masalah

Struktur modal perusahaan merupakan istilah yang menggambarkan kombinasi hutang dan ekuitas atau aset yang dimiliki oleh suatu perusahaan untuk membiayai operasional perusahaan dan investasi yang dilakukan [1]. Struktur modal suatu perusahaan dapat berupa campuran hutang jangka panjang, hutang jangka pendek, ekuitas bersama dan ekuitas preferen. Proporsi hutang jangka pendek dan jangka panjang menjadi salah satu faktor yang dipertimbangkan saat menganalisa struktur modal. Pertimbangan yang mengacu dalam analisa ini adalah rasio hutang terhadap ekuitas perusahaan, sehingga dapat diketahui seberapa besar resiko yang dimiliki perusahaan tersebut [2].

Salah satu strategi investasi yang dapat dilakukan suatu perusahaan adalah dengan menggunakan berbagai instrumen keuangan atau modal pinjaman untuk meningkatkan keuntungan. Strategi ini disebut sebagai *leverage*. Selain itu *leverage* juga mengacu pada jumlah hutang yang digunakan untuk membiayai aset [3]. Sehingga dapat dikatakan jika suatu perusahaan memiliki tingkat *leverage* yang tinggi, berarti perusahaan tersebut memiliki lebih banyak hutang daripada ekuitas. Tingginya hutang yang dimiliki dibandingkan dengan ekuitas, menjadikan besarnya resiko yang dimiliki perusahaan. Risiko yang lebih tinggi cenderung akan menurunkan harga saham, tetapi ekspektasi tingkat pengembalian yang lebih tinggi akan menaikkannya [4]. Sehingga dibutuhkan struktur modal yang optimal untuk mencapai suatu keseimbangan antara risiko dan pengembalian agar dapat memaksimalkan harga saham perusahaan.

Penelitian tentang struktur modal pertama kali diperkenalkan oleh Modigliani dan Miller (MM) [5] yang menyatakan bahwa nilai prusahaan tidak dipengaruhi oleh struktur modal perusahaan atau disebut dengan *Capital Structure Irrelevance Theory.* Namun, asumsi pasar sempurna dari MM seperti tidak ada biaya transaksi, tidak ada pajak, tingkat bunga meminjam sama dengan tingkat bunga meminjamkan sebesar tingkat bunga bebas risiko adalah bertentangan dengan keadaan dalam dunia nyata sehingga Modigliani dan Miller [6] memodifikasi model awalnya dan mempertimbangkan pengurangan pajak atas bunga *(tax shields effect).* Selanjutnya, Brennan dan Schwartz [7] melakukan penelitian tentang pengaruh pajak pendapatan perusahaan terhadap hubungan antara struktur modal dan penilaian perusahaan.

Penilitian lebih lanjut tentang struktur modal kemudian dilakukan oleh Mikko Nieminen [8] tentang pendekatan struktur modal dengan teori opsi dan Bjerrisgaard dan Fedoryaev [1] tentang pemodelan struktur modal dinamis dengan proses stokastik. Dari sini penulis mengadopsi penggunaan teori opsi untuk menghubungkan nilai perusahaan yang memiliki *leverage* dengan nilai sebuah perusahaan tanpa *leverage*, jumlah hutang, jatuh tempo hutang, tingkat suku bunga, kebijakan dividen, dan volatilitas arus kas atau risiko bisnis. Pengembangan dari model ini didasarkan pada penilitian dari Black dan Scholes [9] dan Merton [10]. Berdasarkan latar belakang tersebut, pada Tugas Akhir ini dilakukan Analisa Pemodelan Struktur Modal Perusahaan dengan Pendekatan Model Opsi dengan menggunakan studi kasus PT. UI Tbk.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, permasalahan dalam Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana mendapatkan penurunan model matematika dari struktur modal perusahaan dengan pendekatan model opsi ?

2. Bagaimana analisa hasil simulasi dari model matematika struktur modal perusahaan dengan pendekatan model opsi untuk mengurangi risiko kebangkrutan menggunakan data laporan keuangan PT. UI Tbk ?

1.3 Batasan Masalah

Untuk memfokuskan penelitian Tugas Akhir ini, maka perlu diambil beberapa batasan masalah sebagai berikut:

1. Data yang dipakai adalah laporan keuangan dari perusahaan terbuka.

2. Nilai perusahaan, hutang serta bunganya, nilai asset, dan jatuh tempo tidak dipengaruhi oleh waktu.

3. Nilai volatilitas dan *drift* dianggap konstan.

4. *Risk-free interest rate* tidak melebihi batas 6,5% yang sudah ditentukan pada peraturan No.18/56/Dkom oleh Bank Indonesia. Jika lebih, maka digunakan nilai maksimum yaitu 6,5%.

5. Rasio likuiditas dianggap 100% bila lebih dari 100%.

6. Pengambilan pajak pada dividen sebanyak 0% sampai batas maksimal 25% sesuai dengan Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Nomor 19 Tahun 2009 dan Peraturan Menteri Keuangan Republik Indonesia Nomor 111/PMK.03/2010 tentang Tata Cara Pemotongan, Penyetoran, dan Pelaporan Pajak Penghasilan atas Dividen yang Diterima atau Diperoleh Wajib Pajak Orang Pribadi Dalam Negeri.

1.4 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan penurunan model matematika struktur modal perusahaan dangan pendekatan model opsi.

2. Mendapatkan analisa hasil simulasi dari model matematika strukur modal perusahaan dengan pendekatan model opsi untuk mengurangi risiko kebangkrutan menggunakan data laporan keuangan PT. UI Tbk.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan disusun dalam lima bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN
Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, Batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA
Bab ini membahas landasan teori yang mendasari penulisan Tugas Akhir. Didalamnya mencakup penelitian terdahulu, struktur modal perusahaan, model opsi, proses stokastik serta beberapa motode untuk pembentukan struktur modal.

3. BAB III METODE PENELITIAN
   Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah pada Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN
   Pada bab ini dijelaskan secara detail mengenai penurunan rumus model opsi Black-Scholes, pembentukan model ekuitas dan hutang perusahaan, uji normalitas data, penilaian perusahaan,dan simulasi.

5. BAB V PENUTUP
   Bab ini berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Pada Bab ini dijelaskan penelitian terdahulu dan teori-teori yang menunjang tugas akhir, antara lain struktur modal, opsi saham, proses stokastik, *random walk*, *Brownian motion*, persamaan diferensial stokastik, *Lemma Ito*, *geometric Brownian motion*, Black-Scholes, *return* perusahaan, pengujian distribusi normal, dan estimasi parameter.

2.1 Penelitian Terdahulu

Penelitian tentang struktur modal pertama kali diperkenalkan oleh Modigliani dan Miller (MM)[5] yang kemudian menghasilkan dua teori, yang secara umum disebut MM1 dan MM2. Teori MM1 menyatakan bahwa nilai prusahaan tidak dipengaruhi oleh struktur modal perusahaan atau disebut dengan *Capital Structure Irrelevance Theory.* Namun, asumsi pasar sempurna dari MM seperti tidak ada biaya transaksi, tidak ada pajak, tingkat bunga meminjam sama dengan tingkat bunga meminjamkan sebesar tingkat bunga bebas risiko bertentangan dengan keadaan dalam dunia nyata sehingga Modigliani dan Miller [6] memodifikasi model awalnya dan mempertimbangkan pengurangan pajak atas bunga *(tax shields effect)* yang dikenal dengan teori MM2. Teori MM2 ini menyatakan bahwa tingkat pengembalian (*rate of return*) dari *shareholder* yang diharapkan meningkat seiring peningkatan rasio hutang terhadap ekuitas,dengan asumsi *operating income* tidak independen terhadap jenis sumber pembiayaan.

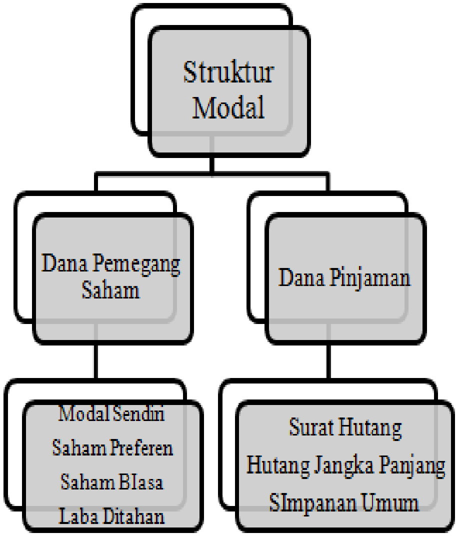
Selanjutnya, Black dan Scholes[9] menerbitkan hasil penelitiannya yang berisikan model untuk memberikan harga suatu opsi saham dan liabilitas perusahaan. Black-Scholes formula ini banyak digunakan oleh para praktisi dan menjadi cikal bakal penelitian lainnya. Merton [10] memodelkan cara untuk memberikan suatu harga pada liabilitas dengan resiko pada suku bunga. Brennan dan Schwartz [7] melakukan penelitian tentang pengaruh pajak pendapatan perusahaan terhadap hubungan antara struktur modal dan penilaian perusahaan.

2.2 Struktur Modal

Struktur modal perusahaan merupakan istilah yang menggambarkan kombinasi hutang dan ekuitas atau aset yang dimiliki oleh suatu perusahaan untuk membiayai operasional perusahaan dan investasi yang dilakukan [1]. Struktur modal perusahaan dapat merupakan campuran modal dari hutang jangka panjang, hutang jangka pendek, ekuitas bersama dan ekuitas preferen seperti yang dapat dilihat pada Gambar 2.1.

Proporsi hutang jangka pendek dan jangka panjang akan dipertimbangkan ketika *investor* menganalisis struktur modal. Selain itu dalam menganalisis struktur modal, kemungkinan besar investor mengacu pada rasio hutang terhadap ekuitas (D/E) perusahaan, yang memberikan wawasan tentang seberapa berisiko perusahaan.

Pada umumnya, perusahaan yang banyak dibiayai oleh hutang atau rasio hutang terhadap ekuitasnya tinggi memiliki struktur modal yang lebih agresif dan karenanya menimbulkan risiko lebih besar bagi investor. Dari sudut pandang lain, semakin besar rasio hutang terhadap ekuitas, maka perusahaan akan semakin besar potensinya untuk menghasilkan pendapaan yang lebih tanpa mengeluarkan modal tambahan. Jika struktur ini menghasilkan pendapatan



Gambar 2.1: Komponen Struktur Modal

yang lebih besar daripada bunga yang harus dibayar, maka nilai perusahaan akan meningkat dan *shareholder* akan mendapatkan kelebihan manfaat dari per satuan saham yang dimiliki.

Baik hutang dan ekuitas dapat ditemukan di neraca. Aset yang tercatat di neraca dibeli dengan hutang dan ekuitas ini. Perusahaan yang menggunakan lebih banyak hutang daripada ekuitas untuk membiayai aset memiliki rasio *leverage* yang tinggi dan struktur modal yang agresif. Perusahaan yang membayar aset dengan ekuitas lebih banyak daripada rasio hutang rendah dan struktur modal konservatif. Yang mengatakan, rasio *leverage* yang tinggi dan/atau struktur modal yang agresif juga dapat menyebabkan tingkat pertumbuhan yang lebih tinggi, sedangkan struktur modal konservatif dapat menyebabkan tingkat pertumbuhan yang lebih rendah. Ini adalah tujuan manajemen perusahaan untuk menemukan perpaduan optimal antara hutang dan ekuitas, yang juga disebut sebagai struktur modal yang optimal [2].

2.3 Opsi Saham

Opsi merupakan suatu tipe kontrak yang memberi hak kepada pemegangnya untuk membeli atau menjual aset saham pada harga dan jangka waktu tertentu. Terdapat dua jenis opsi yang dipakai secara luas yaitu Opsi Amerika dan Opsi Eropa. Opsi Amerika merupakan salah satu opsi yang dapat dilakukan kapan saja sampai kontrak opsi berakhir. Sedangkan Opsi Eropa adalah suatu kontrak opsi yang hanya bisa dilaksanakan pada hari terakhir saat tanggal jatuh tempo masa berlakunya opsi tersebut. Harga Aset yang dibayarkan pada saat opsi dijual atau dibeli disebut *exercise price* atau *strike price*. Sedangkan hari terakhir masa berlaku opsi disebut tanggal kadaluwarsa atau tanggal jatuh tempo[9].

Secara umum, teori opsi dapat diaplikasikan pada *corporate liabilities* atau kewajiban perusahaan [9]. Hal ini dapat dilihat ketika sebuah perusahaan memutuskan meningkatkan aset yang dimiliki dengan mengeluarkan surat hutang kepada investor atau ketika perusahaan berhutang kepada pihak lain. Ketika hutang telah memasuki waktu jatuh tempo, pemilik perusahaan memiliki dua pilihan antara membayarkan kembali pinjaman atau melakukan *default* perusahaan dimana pada kasus ini ekuitas perusahaan menjadi tidak bernilai dan perusahaan akan jatuh kedalam pemegang hutang.

Dalam keadaan ini jelas bahwa pemegang perusahaan memiliki opsi yang setara dengan aset perusahaannya. Akibatnya, pemegang hutang memiliki aset perusahaan ini, akan tetapi pemegang hutang juga memberikan opsi kepada pemegang perusahaan untuk membelinya kembali. Sehingga ketika hutang memasuki waktu jatuh tempo, nilai ekuitas perusahaan akan didapatkan dari nilai aset perusahaan dikurangi jumlah hutang yang dibayarkan, atau bernilai nol jika hutang lebih besar dari aset. Sehingga dengan pendekatan teori opsi, variabel-variabel yang terdapat dalam model opsi dapat ditransfromasi ke dalam kondisi perusahaan. Seperti nilai opsi beli yang setara dengan nilai ekuitas, harga saham yang setara dengan aset perusahaan, dan *strike price* yang setara dengan jumlah hutang dibayar di jatuh tempo.

2.4 Proses Stokastik

Proses Stokastik adalah proses acak, yaitu perubahan keadaan beberapa sistem dari waktu ke waktu bergantung pada kesempatan. Variabel acak, $X(n) : n \in \mathbb{T}$ didefinisikan pada ruang probabilitas yang diberikan, ditunjukan pada variable waktu n, dimana n bervariasi pada set T. Proses Stokastik dibagi menjadi dua keadaan, kontinu dan diskrit. Dikatakan proses waktu diskrit jika set T terbatas atau bisa dihitung, yaitu jika $T = 0, 1, 2, , n$ menghasilkan proses waktu $X(0), X(1), X(2), , X(n)$. Disisi lain, proses stokastik $X(n) : n \in \mathbb{T}$ dianggap proses waktu kontinu jika T tidak terbatas dan dihitung. Artinya, jika $T = [0,)$ atau $T = [0, k]$ untuk beberapa nilai k. *State space* dari proses stokastik didefinisikan sebagai himpunan semua nilai yang mungkin dari variabel acak $X(n)$[11].

2.5 *Random Walk*

Random Walk adalah gerak acak dari step t ke step $t + 1$. Terdapat dua jenis *random walk*, yaitu *random walk* simetri dan *random walk* asimetri[12].

2.5.1 *Random Walk* Simetri

Misalkan Y_i untuk $i = 1, 2, ..., n$ adalah kejadian dimana nilai suatu sekuritas bergerak naik atau turun saat i. Nilai dari setiap gerak aset, hutang, dan ekuitas dinotasikan Δx, demana nilai dari harga yang naik adalah $\Delta x = 1$ dan nilai harga yang turun adalah $\Delta x = -1$. Waktu dari perubahan nilai aset, hutang, atau ekuitas dinotasikan sebagai Δt dengan $\Delta t = 1$, sehingga:

$$P(Y_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} & ; Y_i = 1 \\ \frac{1}{2} & ; Y_i = -1 \end{cases}$$

Nilai dari $E(Y_i)$ dan $Var(Y_i)$ adalah sebagai berikut [12]:

$$\begin{aligned} E(Y_i) &= Y_1 P(Y_1) + Y_2 P(Y_2) \\ &= 1\Big(\frac{1}{2}\Big) - 1\Big(\frac{1}{2}\Big) \\ &= 0 \\ Var(Y_i) &= E(Y_i^2) - (E(Y_i))^2 \\ &= (Y_1^2 P(Y_1) + Y_2^2 P(P_2)) - 0 \\ &= 1\Big(\frac{1}{2}\Big) + 1\Big(\frac{1}{2}\Big) \\ &= 1 \end{aligned}$$

Misal n adalah total langkah pada *random walk*, dimana $\Delta t = \frac{1}{n}$, sehingga untuk $t = 1$ besarnya sama dengan $n\Delta t$. Nilai dari *random walk* saat $t = 1$ dengan n langkah adalah

$$W_1^{(n)} = \Delta x(Y_1 + Y_2 + ... + Y_n)$$

. Nilai dari $Var(W_1^{(n)}$ adalah

$$\begin{aligned} Var(W_1^{(n)}) &= Var(\Delta x(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_{\frac{1}{\Delta t}})) \\ &= \Delta x^2 Var(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_{\frac{1}{\Delta t}}) \\ &= \Delta x^2 Var\Big(\sum_{i=1}^{\frac{1}{\Delta t}} Y_i\Big) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \Delta x^2 \frac{1}{\Delta t} Var(Y_i) \\ &= \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \end{aligned}$$

Kerena harga ekuitas bergerak naik sebesar $\Delta x = 1$ atau turun sebesar $\Delta x = -1$ dan dengan nilai $\Delta t = 1$, maka nilai $Var(W_1^{(n)}) = 1 = Var(Y_i)$.

$$\begin{aligned} Var(W_1^{(n)}) &= Var(\Delta x(Y_1 + Y_2 + ... + Y_n)) \\ 1 &= (\Delta x)^2 Var(Y_i) n \\ 1 &= (\Delta x)^2 n \\ \Delta x &= \sqrt{\frac{1}{n}} = \sqrt{\Delta t} \end{aligned}$$

Didefinisikan W_t adalah nilai *random walk* saat t, nilai W_t adalah $W_t = Y_1 + Y_2 + ... + Y_{t/\Delta t}$. Nilai ekspektasi dan varian W_t adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(W_t) &= E(Y_i) n \\ &= E(Y_i) \frac{t}{\Delta t} \\ &= (Y_1 P(Y_1) + Y_2 P(Y_2)) \frac{t}{\Delta t} \\ &= \left(\sqrt{\Delta t}\left(\frac{1}{2}\right) - \sqrt{\Delta t}\left(\frac{1}{2}\right)\right) \frac{t}{\Delta t} \\ &= 0 \\ Var(W_t) &= Var(Y_i) n \\ &= Var(Y_i) \frac{t}{\Delta t} \\ &= (E(Y_i^2) - (E(Y_i))^2) \frac{t}{\Delta t} \\ &= (Y_1^2 P(Y_1) + Y_2^2 P(Y_2) - 0) \frac{t}{\Delta t} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \Big(\Delta t\Big(\frac{1}{2}\Big) + \Delta t\Big(\frac{1}{2}\Big)\Big)\frac{t}{\Delta t} \\
&= t
\end{aligned}
$$

Untuk $t \to 0$, proses *random walk* simetri disebut dengan *Brownian motion* standar.

2.5.2 *Random Walk* Asimetri

Pada *random walk* asimetri, peluang nilai dari suatu sekuritas saat naik atau turun berbeda. Diasumsikan gerak naik memiliki peluang yang lebih besar.

$$
P(Y_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma} & ; Y_i = \sigma\sqrt{\Delta t} \\ \frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma} & ; Y_i = -\sigma\sqrt{\Delta t} \end{cases}
$$

Didefinisikan W_t adalah nilai dari *random walk* saat t. Nilai dari $E(W_t)$ dan $Var(W_t)$ adalah sebagai berikut [12]:

$$
\begin{aligned}
E(W_t) &= E(Y_i)n \\
&= E(Y_i)\frac{t}{\Delta t} \\
&= (Y_1 P(Y_1) + Y_2 P(Y_2))\frac{t}{\Delta} \\
&= \Big(\sigma\sqrt{\Delta t}\Big(\frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\Big) - \sigma\sqrt{\Delta t}\Big(\frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\Big)\Big)\frac{t}{\Delta t} \\
&= \Big(\sigma\sqrt{\Delta t}\frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma} + \sigma\sqrt{\Delta t}\frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\Big)\frac{t}{\Delta t} \\
&= \mu t \\
Var(W_t) &= Var(Y_i)n \\
&= Var(Y_i)\frac{t}{\Delta t} \\
&= (E(Y_i^2) - (E(Y_i))^2)\frac{t}{\Delta t} \\
&= (Y_1^2 P(Y_1) + Y_2^2 P(Y_2) - (\mu\Delta t)^2)\frac{t}{\Delta t}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \Big(\sigma^2\Delta t\Big(\frac{1}{2}+\frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\Big)+\sigma^2\Delta t\Big(\frac{1}{2}-\frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\Big) \\
&\quad -(\mu\Delta t)^2\Big)\frac{t}{\Delta t} \\
&= (\sigma^2\Delta t-(\mu\Delta t)^2)\frac{t}{\Delta t} \\
&= \sigma^2 t-\mu^2 t\Delta t \\
&= \sigma^2 t\Big(1-\frac{\mu^2\Delta t}{\sigma^2}\Big)
\end{aligned}
$$

Untuk $\Delta t \to 0$ *random walk* asimetri disebut dengan *brownian motion* dengan *drift*

2.6 *Brownian Motion*

Brownian Motion atau disebut juga proses *Wienear* adalah proses stokastik kontinu. Lebih tepatnya, proses stokastik W pada waktu $t \geq 0$ adalah *Brownian Motion* jika memenuhi beberapa kondisi berikut:

1. $W(0) = 0$, dengan probabilitas 1.

2. $W(t)$ memiliki kenaikan bebas yang stasioner, yaitu jika $0 \leq s < t < u < v$, maka $W(t) - W(s)$ dan $W(v) - W(u)$ adalah peubah acak bebas.

3. $W(t) - W(s)\ N(0, t-s)$ untuk $0 \leq s < t$.

dimana $N(\mu, \sigma)$ menotasikan distribusi normal dengan rata-rata μ dan varian σ[13].

2.7 Persamaan Diferensial Stokastik

Pada umumnya diasumsikan bahwa proses stokastik S pada waktu $t \geq 0$ diturunkan dari Persamaaan Differensial Stokastik atau proses Ito yang mendefinisikan perkembangannya. Persamaan difrensial stokastik biasanya terdiri dari dua komponen. Komponen pertama berkaitan dengan perubahan yang diinginkan dari S dalam interval waktu yang singkat dt dan yang kedua menjelaskan ketidakpstian perubahan dari S. Bentuk umum dari persamaan diferensial stokastik adalah sebagai berikut:

$$dS = \mu(S,t)dt + \sigma(S,t)dW \tag{2.1}$$

dimana dS adalah perubahan nilai sekuritas tertentu dan Z adalah proses *Wiener*. Sedangkan bentuk $\mu(S,t)$ dan $\sigma(S,t)$ masing-masing adalah fungsi drift dan fungsi volatilitas. Persamaan (2.1) dapat juga ditulis dengan persamaan integral stokastik sebagai berikut:

$$S_t - S_0 = \int_0^t \mu(S,u)du + \int_0^t \sigma(S,u)dW_u \tag{2.2}$$

dimana $\int_0^t \sigma(S,u)dW_u$ adalah integral Ito[13].

Pada penelitian ini, model stokastik untuk nilai perusahaan adalah sebagai berikut:

$$dA = (\mu A - C)dt + \sigma A dW \tag{2.3}$$

dengan nilai A adalah nilai perusahaan dan C adalah total pengeluaran perusahaan. μ merupakan tingkat ekspektasi *return* perusahaan dan σ mewakili nilai volatilitas perusahaan. Kemudian dimisalkan bahwa terdapat suatu sekuritas yang dipengaruhi oleh nilai perusahaan dan waktu yang persamaan diferensial stokastiknya adalah sebagai berikut:

$$dY = (\mu_y Y - C_y)dt + \sigma_y Y dW_y \tag{2.4}$$

dimana Y merupakan suatu sekuritas tertentu dengan μ_y adalah ekspektasi *return* dari sekuritas Y, C_y merupakan total pengeluaran terhadap sekuritas Y, dan σ adalah volatilitas dari harga sekuritas [10].

2.8 *Lemma Ito*

Dalam bidang keuangan ketika menggunakan model waktu kontinu, umumnya diasumsikan bahwa harga dari aset merupakan proses Ito. Lemma Ito didefinisikan sebagai versi stokastik dari aturan rantai untuk peubah deterministik. Misalkan $V(S,t)$ adalah fungsi dari dari peubah S dan t dimana S memenuhi sebuah persamaan diferensial stokastik seperti pada Persamaan (2.1), maka persamaan umum dari Lemma Ito adalah:

$$\begin{aligned} dV(S,t) &= \Bigg(\mu(S,t)\frac{\partial V(S,t)}{\partial S} + \frac{\partial V(S,t)}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V(S,t)}{\partial S^2} \\ &\quad \sigma(S,t)^2\Bigg)dt + \frac{\sigma(S,t)\partial V(S,t)}{\partial S}dW \end{aligned} \tag{2.5}$$

2.9 Model Black-Scholes

Black-Scholes merupakan model yang dikembangkan oleh Fisher Black dan Mayor Scholes pada tahun 1972 untuk menilai opsi. Dalam menurunkan model penetapan harga opsi, Black dan Scholes mengasumsikan kondisi ideal di pasar saham dan opsi sebagai berikut[9]:

1. Suku bunga jangka pendek diketahui dan konstan sepanjang waktu.

2. Harga saham bergerak secara acak di waktu yang kontinu sehingga menyebabkan sebaran harga saham di akhir interval menyebar secara lognormal dan tingkat variansi dari hasil pengembalian (*return*) pada saham adalah konstan.

3. Tidak ada pembagian hasil (*dividend*) pada saham.

4. Jenis opsi adalah jenis opsi Eropa dimana hanya bisa dieksekusi pada saat jatuh tempo (*maturity date*).

5. Tidak ada biaya transaksi dalam membeli atau menjual saham atau opsi.

6. Dapat membeli saham dengan pinjaman yang mempunyai suku bunga jangka pendek.

7. Tidak ada pinalti untun *short selling.*

Persamaan Black-Scholes pada umumnya adalah:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} + rS\frac{\partial C}{\partial S} - rC = 0$$

dengan kondisi batas $C(S > T) = max(S - K, 0)$ dan saat $S = 0$ maka $C(0, t) = 0$. Rumus Black-Scholes opsi beli tipe Eropa dengan pembagian dividen sebagai berikut:

$$C(S, t) = SN(d_1) - Ke^{-}(T - t)N(d_2)$$

dengan :

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \frac{1}{2}\sigma^2(T - t)\left(\frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2} + 1\right)}{\sigma\sqrt{(T - t)}}$$

$$d_2 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \frac{1}{2}\sigma^2(T - t)\left(\frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2} - 1\right)}{\sigma\sqrt{(T - t)}}$$

dengan :

C	:	Nilai dari opsi tipe Eropa
S	:	Nilai saham saat ini
K	:	Strike Price opsi
r	:	Tingkat bunga bebas risiko
T	:	Jatuh tempo opsi
σ	:	Volatilitas dari harga saham
$N(d_1)$	:	Distribusi Normal Komulatif[13].

2.10 *Geometric Brownian Motion*

Geometric Brownian Motion atau bisa disebut GBM merupakan proses stokastik dengan waktu kontinu. Model GBM dapat digunakan dalam mendeskripsikan pergerakan komponen keuangan perusahaan seperti aset, hutang, dan ekuitas. GBM merupakan proses *random walk* geometri, dimana *random walk* geometri merupakan bentuk eksponensial dari *random walk* asimetri. Misalkan Y_i untuk $i = 1, 2, ..., n$ adalah kejadian dimana nilai suatu sekuritas bergerak naik atau turun saat i. Karena merupakan *random walk* asimetri, maka gerak naik memiliki peluang yang lebih besar.

$$P(Y_i) \quad = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{\sigma} & ; Y_i = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \\ \frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma} & ; Y_i = e^{-\sigma\sqrt{\Delta}} \end{cases}$$

Jika $\ln Y_i$ adalah $\sigma\sqrt{\Delta t}$ atau $-\sigma\sqrt{\Delta t}$, maka nilai dari $E(Y_i)$ dan $Var(Y_i)$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
E(\ln Y_i) &= \ln Y_1 P(Y_1) + \ln Y_2 P(Y_2) \\
&= \ln e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}\left(\frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) + \ln e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta}}{2\sigma}\right) \\
&= \sigma\sqrt{\Delta t}\left(\frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) + (-\sigma\sqrt{\Delta t})\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) \\
&= \frac{\mu\Delta t}{2} + \frac{\mu\Delta t}{2} \\
&= \mu\Delta t \\
E(\ln Y_i{}^2) &= (\ln Y_1)^2 P(Y_1) + (\ln Y_2)^2 P(Y_2) \\
&= (\ln e^{\sigma\sqrt{\Delta t}})^2\left(\frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) + (\ln e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}})^2
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) \\
&= \sigma^2 \Delta t \left(\frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) + \sigma^2 \Delta t \left(\frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) \\
&= \sigma^2 \Delta t \\
Var(\ln Y_i) &= E(\ln {Y_i}^2) - (E(\ln Y_i))^2 \\
&= \sigma^2 \Delta t - \mu^2 \Delta t^2
\end{aligned}
$$

Didefinisikan bahwa Y_t adalah nilai sekuritas pada saat t. Misal n adalah total langkah pada *random walk* dengan $\Delta t = \frac{t}{n}$, sehingga t besarnya samadengan $n\Delta t$. Nilai *random walk* pada saat t dengan n step adalah sebagai berikut:

$$Y_t = Y_0(Y_1 Y_2 \cdots Y_{\frac{t}{\Delta t}})$$

dengan menambahkan ln pada kedua sisi persamaan, maka didapatkan:

$$
\begin{aligned}
\ln Y_t &= \ln Y_0(Y_1 Y_2 \cdots Y_{\frac{t}{\Delta t}}) \\
\ln Y_t &= \ln Y_0 + \ln Y_1 + \cdots + \ln Y_{\frac{t}{\Delta t}}
\end{aligned}
$$

Nilai dari $E(Y_t)$ dan $Var(Y_t)$ adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
E(\ln Y_t) &= E(\ln Y_0 + \ln Y_1 + \cdots + \ln Y_{\frac{t}{\Delta t}}) \\
&= \ln Y_0 + E(\ln Y_1 + \cdots + \ln Y_{\frac{t}{\Delta t}}) \\
&= \ln Y_0 + E\left(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}} \ln Y_i\right) \\
&= \ln Y_0 + \frac{t}{\Delta t} E(\ln Y_i)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \ln Y_0 + \frac{t}{\Delta t}(\mu\Delta t) \\
&= \ln Y_0 + \mu t \\
E(\ln {Y_t}^2) &= E\Big((\ln Y_0 + \ln Y_1 + \cdots + \ln Y_{\frac{t}{\Delta t}})^2\Big) \\
&= E\bigg(\Big(\ln Y_0 + \Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}} \ln Y_i\Big)^2\bigg) \\
&= E\bigg(\ln {Y_0}^2 + 2\ln Y_0 \Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}} \ln Y_i + \Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}} \ln Y_i\Big)^2\bigg) \\
&= \ln {Y_0}^2 + 2\ln Y_0 E\Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}} \ln Y_i\Big) + E\bigg(\Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}}\Big)^2\bigg) \\
&= \ln {Y_0}^2 + 2\ln Y_0 \mu t + E\bigg(\Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}}\Big)^2\bigg) \\
Var(\ln Y_t) &= E(\ln {Y_t}^2) - (E(\ln Y_t)^2) \\
&= \ln {Y_0}^2 + 2\ln Y_0 \mu t + E\bigg(\Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}}\Big)^2\bigg) \\
&\quad - \bigg(\ln Y_0 + E\Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}}\Big)\bigg)^2 \\
&= \ln {Y_0}^2 + 2\ln Y_0 \mu t + E\bigg(\Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}}\Big)^2\bigg) \\
&\quad - \bigg(\ln {Y_0}^2 + 2\ln Y_0 E\Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}} \ln Y_i\Big) + E\Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}}\Big)^2\bigg) \\
&= E\bigg(\Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}}\Big)^2\bigg) - E\Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}}\Big)^2 \\
&= Var\Big(\Sigma_{i=1}^{\frac{t}{\Delta t}} \ln Y_i\Big) \\
&= \frac{t}{\Delta t} Var(\ln Y_i) \\
&= \frac{t}{\Delta t}(\sigma^2\Delta t - \mu^2\Delta t^2) \\
&= \sigma^2 t\Big(1 - \frac{\mu^2\Delta}{\sigma^2}\Big)
\end{aligned}
$$

Sehingga untuk $\Delta t \to 0$, $Var(\ln Y_t) = \sigma^2 t$. Proses inilah yang disebut dengan *Geometri Brownian Motion*[14]. Secara umum model *Geometric Brownian Motion* dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut[14]:

$$dY = \mu Y dt + \sigma Y dW \tag{2.6}$$

dengan :

Y	: Nilai sekuritas
μ	: Nilai *drift*
σ	: Nilai volatilitas
dW	: perubahan dalam proses *Wienner*

2.11 Integral Fourier

Bila $f(x)$ adalah suatu fungsi kontinu yang mempunyai turunan kiri dan turunan kanan di tiap titik dan bila $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| dx$ ada, maka $f(x)$ dapat dinyatakan dengan suatu integral Fourier sebagai berikut[15]:

$$f(x) = \int_0^{\infty} \Big(A(p)\cos(px) + B(p)\sin(px) \Big) dp \tag{2.7}$$

dimana

$$A(p) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\cos(ps)ds \tag{2.8}$$

$$B(p) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\sin(ps)ds \tag{2.9}$$

2.12 *Return* Perusahaan

Return adalah penghasilan atau kerugian yang didapatkan dari suatu investasi yang dilakukan pada satu periode tertentu. Untuk mengetahui kentungan atau kerugian dari perusahaan setiap tahunnya digunakan rumus pencarian *return* sebagai berikut[16]:

$$R_t = \ln \frac{A_t}{A_{t-1}} \tag{2.10}$$

dengan:

R_t : *Return* aset perusahaan pada waktu t
A_t : Aset perusahaan pada waktu t
A_{t-1} : Aset perusahaan pada waktu $t-1$.

2.13 Pengujian Distribusi Normal

Pengujian distribusi normal adalah sebuah uji yang bertujuan menilai sebaran data pada sebuah kelompok data atau varibel, apakah sebaran data tersebut berdistribusi normal atau tidak.Uji statistik normalitas yang dapat digunakan salah satunya adalah uji *Kolmogorov-Smirnov.*
Hipotesis:
H_0 : Data sampel berdistribusi normal.
H_1 : Data sampel tidak berdistribusi normal.
Statistik Uji:
$D_{hitung} = max|F_t - F_s|$ dimana F_t merupakan fungsi distribusi komulatif normal dari $Z = \frac{R_t - \tilde{R}_t}{sr}$. Dengan :

F_t : fungsi distribusi komulatif normal
F_s : fungsi distribusi komulatif empiris
R_t : *return* perusahaan
$\tilde{R}_t$: rata-rata *return* perusahaan
sr : standar deviasi *return* prusahaan.

Kriteria Pengujian :
Jika $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$ (nilai tabel *Kolmogorov Smirnov*)dengan nilai $\alpha = 0,05$, maka H_0 diterima yang berarti data sampel berdistribusi normal. Jika menggunakan *software* minitab, apabila nila *Pvalue* $> 0,05$ maka H_0 diterima dan data sampel berdistribusi normal[17].

2.14 Esimasi Parameter

Untuk dapat mengimplementasikan model opsi pada struktur modal perusahaan, perlu dilakukan estimasi parameter yang meliputi nilai volatilitas dan nilai *drift* dari *return* perusahaan[16].

2.14.1 Volatilitas

Volatilitas merupakan tingkat pergerakan *return* perusahaan. Rumus dari nilai volatilitas adalah sebagai berikut[16]:

$$\hat{\sigma} = \frac{sr}{\Delta t} \tag{2.11}$$

dimana rumus dari $\tilde{R}_t$ dan sr adalah sebagai berikut:

$$\tilde{R}_t = \frac{\Sigma_{t=1}^{n} R_t}{n} \tag{2.12}$$

$$sr = \sqrt{\frac{1}{n-1}\Sigma_{t=1}^{n}(R_t - \tilde{R}_t)^2} \tag{2.13}$$

dengan :

$\hat{\sigma}$: Estimasi nilai volatilitas
sr : Standar deviasi *return* perusahaan
Δt : Selang waktu dalam perhitungan nilai *return*
$\tilde{R}_t$: Rata-rata *return*
R_t : *Return* ke-t

2.14.2 *Drift*

Drift adalah ekspektasi laju pergerakan *return* perusahaan. Rumus dari nilai *drift* adalah sebagai berikut[16]:

$$\hat{\mu} = \frac{\tilde{R}_t}{\Delta t} + \frac{\hat{\sigma}^2}{2} \tag{2.14}$$

dengan :

$\hat{\mu}$: Estimasi nilai *drift*
$\tilde{R}_t$: Rata-rata *return*
Δt : Selang waktu perhitungan nilai *return*
$\hat{\sigma}$: Estimasi nilai volatilitas

2.15 *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)

Mean Absolute Precentage Error (MAPE) adalah rata-rata presentase absolut dari kesalahan peramalan yang menjadi faktor penting dalam melakukan pengukuran akurasi prediksi dari metode peramalan yang digunakan dalam statistik. MAPE menunjukan seberapa besar simpangan nilali prediksi dari data sebenarnya. Apabila nilai MAPE yang dihasilkan semakin kecil, maka metode peramalan yang digunakan semakin baik. Rumus MAPE dapat didefinisikan sebagai berikut[16]:

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t-1}^{n}\frac{|V_t - F_t|}{V_t}100\% \tag{2.15}$$

dengan :
V_t : Nilai hutang atau ekuitas perusahaan pada waktu t
F_t : Peramalan nilai pasar hutang atau ekuitas perusahaan pada waktu t
n : Jumlah data perhitungan nilai pasar hutang atau ekuitas

Presentase MAPE dan tingkat peramalan dapat dilihat pada Tabel 2.1.:

Tabel 2.1: Tingkat Akurasi MAPE

Presentase MAPE	Tingkat Akurasi Peramalan
$< 10\%$	Akurasi peramalan tinggi
$10\% - 20\%$	Akurasi peramalan baik
$21\% - 50\%$	Akurasi peramalan biasa
$> 50\%$	Peramalan tidak akurat

Halaman ini sengaja dikosongkan.

BAB III
METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah Tugas Akhir. Metode penelitian yang digunakan berguna sebagai acuan agar tugas akhir ini dapat berjalan secara sistematis.

1. Identifikasi Awal
   Tahap ini bertujuan untuk mendapatkan permasalahan yang akan diteliti dan penentuan tujuan penelitian. Untuk dapan menghasilkan permasalahan dan tujuan yang komprehensif dan representatif maka dilakukan studi literatur dan studi lapangan mengenai permasalahan tersebut.

   a. Identifikasi Masalah dan Tujuan Penelitian
      Pada tahap ini diperlukan identifikasi dan memahami permasalahn pada studi kasus secara lebih dalam untuk dapat mengetahui kondisi nyata yang terjadi pada objek penelitian. Adapun permasalahan yang didapat dari studi kasus ini adalah mendapakan suatu model yang optimal terhadap struktur pemodalan suatu perusahaan yang dipandang memiliki pengaruh yang sangat besar terhadap kinerja keuangan perusahaan.

   b. Studi Literatur
      Pada tahap studi literatur, dilakukan pencarian materi dan penelitian yang pernah dilakukan sebelumnya yang menunjang penelitian ini. Tahapan ini dilakukan untuk menambah wawasan dan masukan terhadap permasalahan. Literatur yang dipelajari seperti konsep

struktur pemodalan optimal, proses stokastik serta pendekatan yang digunkan untuk memodelkan yaitu pendekatan dengan teori opsi. Seluruh konsep akan digunakan secara simultan untuk dapat menghasilkan pemodelan dan hasil yang sesuai.

2. Pengumpulan Data
   Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data keuangan dari objek penelitian yang merupakan perusahaan terbuka yaitu perusahaan yang terdaftar di Bursa Efek Indonesia. Pengumpulan data dilakukan dengan cara sekunder dari laporan keuangan yang telah dipublikasi oleh Bursa Efek Indonesia.

3. Pembentukan Model Optimal
   Pada tahap ini akan dibentuk model yang optimal dengan menggunakan proses stokastik. Mulai dari menentukan variabel keputusan apa saja yang digunakan. Mengidentifikasi faktor-faktor yang dapat mempengaruhi *leverage* suatu perusahaan. Penurunan persamaan-persamaan sehingga dicapai model optimal yang akan diterapkan pada studi kasus. Tahap awal dalam mendapatkan model optimal dari struktur pemodelan dengan pendekatan opsi adalah dengan melakukan pembentukan model opsi. Pada tahap ini akan dicari kondisi-kondisi batas dalam model opsi dan variabel yang mempengaruhi model opsi. Dengan pendekatan model opsi, semua variabel yang telah didapatkan akan didefinisikan ulang terhadap istilah-istilah yang relevan dalam teori perusahaan.

4. Penyelesaian Model
   Pada tahap ini akan dicari penyelesaian model yang telah dibentuk sebelumnya dengan menggunakan persamaan

diferensial parsial.

5. Estimasi Parameter Model
   Pada tahap ini akan dilakukan estimasi parameter $\hat{\mu}$ dan $\hat{\sigma}$ dari model opsi Black-Scholes menggunakan data dari perusahaan yang telah di dapat.

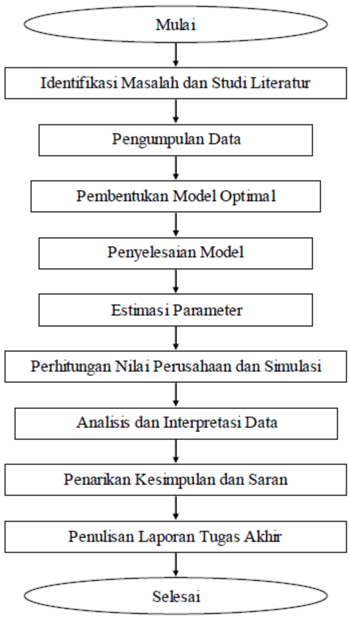
6. Perhitungan Nilai Perusahaan dan Simulasi
   Dari model yang telah didapatkan, dilakukan implementasi model menggunakan data keuangan untuk mendapatkan nilai perusahaan. Selanjutnya dilakukan simulasi dari model struktur pemodalan yang telah didapatkan dengan menggunakan *software* Matlab. Simulasi dilakukan untuk mengetahui pergerakan tingkat *leverage* yang diambil perusahaan serta nilai perusahaan.

7. Analisis dan Interpretasi Data
   Analisis akan dilakukan terhadap model struktur pemodalan dengan pendekatan opsi dan analisis hasil optimasi struktur pemodalan, serta analisis keuangan perusahaan berdasarkan rasio sehingga akan menghasilkan analisis yang komperehensif, baik dari sisi optimasi maupun esensi keuangan.

8. Penarikan Kesimpulan dan Saran
   Tahap ini merupakan tahap terakhir dalam penelitian, dimana penarikan kesimpulan didapatkan dari keseluruhan proses dan hasil analisis. Kesimpulan yang didapatkan diharapkan dapat menjawab tujuan dari penelitian yang telah ditetapkan sebelumnya. Selain itu, akan diberikan saran terkait dengan pengembangan dari penelitian yang telah dilakukan.

9. Penulisan Laporan Tugas Akhir
   Dalam tahapan ini penulis menyusun hasil akhir sesuai dengan sistematika penulisan.

Adapun diagram alir tahapan-tahapan yang akan dilakukan pada penelitian tugas akhir ini dapat dilihat pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1: Diagram Alir Metodologi Penelitian

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dijelaskan tentang pembentukan model opsi Black-Scholes non dividend, lalu pendefinisian ulang variabel terhadap kondisi di persahaan. Kemudian akan dilakukan pembentukan nilai aset, ekuitas, serta nilai hutang serta peluang kebangkrutan. Di akhir bab akan dilakukan simulasi terhadap model yang telah didapatkan serta analisisnya.

4.1 Model Opsi Black-Scholes non Dividen

Model Opsi Black-Scholes merupakan model opsi untuk tipe Eropa yaitu opsi yang baru dapat dieksekusi pada saat jatuh tempo atau pada akhir kontrak. Opsi yang akan dibahas disini adalah opsi tanpa pembayaran dividen.

4.1.1 *Lemma Ito*

Bila $V(S,t)$ menyatakan suatu nilai opsi pada saat t dengan harga saham $S(t)$, maka berdasarkan ekspansi deret Taylor, $V(S,t)$ dapat ditulis dalam bentuk persamaan differensial sebagai berikut:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial t}dt + \frac{\partial V}{\partial S}dS(t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}d(S(t))^2 ... \tag{4.1}$$

Jika $S(t)$ mengikuti *Geometric Brownian Motion*, $S(t)$ dapat ditulis dalam bentuk persamaan differensial stokastik sebagai berikut:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW(t) \tag{4.2}$$

Jika diketahui bahwa $dW^2 = dt$ dengan $dt \to 0$, maka Persamaan (4.2) dapat disubstitusikan kedalam Persamaan (4.1) sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned}
dV &= \frac{\partial V}{\partial t}dt + \frac{\partial V}{\partial S}(\mu S dt + \sigma S dW(t)) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}(\mu S dt \\
&\quad + \sigma S dW(t))^2 \\
&= \frac{\partial V}{\partial t}dt + \frac{\partial V}{\partial S}(\mu S dt + \sigma S dW(t)) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}(\mu^2 S^2 dt^2 \\
&\quad + 2\sigma\mu S^2 dW dt + \sigma^2 S^2 dW^2) \\
&= \frac{\partial V}{\partial t}dt + \mu S\frac{\partial V}{\partial S}dt + \sigma S\frac{\partial V}{\partial S}dW(t) + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}dW^2 \\
&= \frac{\partial V}{\partial t}dt + \mu S\frac{\partial V}{\partial S}dt + \sigma S\frac{\partial V}{\partial S}dW(t) + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}dt \\
&= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \mu S\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right)dt + \sigma S\frac{\partial V}{\partial S}dW(t).
\end{aligned} \tag{4.3}$$

4.1.2 Nilai Portofolio

Langkah selanjutnya adalah pembentukan sebuah portofolio yang terdiri dari opsi dan sejumlah saham. Jumlah saham dinyatakan sebagai Δ dan bernilai konstan. Nilai portofolionya

$$\pi = V - \Delta S$$

perubahan nilai portofolionya adalah

$$d\pi = dV - \Delta dS. \tag{4.4}$$

Jika Persamaan (4.2), (4.3), dan (4.4) digabung, maka

$$\begin{aligned} d\pi &= dV - \Delta dS \\ &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \mu S\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right)dt + \sigma S\frac{\partial V}{\partial S}dW(t) \\ &\quad -\Delta\Big(\mu S dt + \sigma S dW(t)\Big) \\ &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \mu S\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} - \mu\Delta S\right)dt \\ &\quad +\sigma S\left(\frac{\partial V}{\partial S} - \Delta\right)dW(t). \end{aligned} \tag{4.5}$$

Untuk menghilangkan komponen-komponen random pada model portofolio ini dan menjadikan $d\pi$ berbentuk deterministik, maka

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S}$$

sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} d\pi &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \mu S\frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} - \mu S\frac{\partial V}{\partial S}\right)dt \\ &\quad +\sigma S\left(\frac{\partial V}{\partial S} - \frac{\partial V}{\partial S}\right)dW(t) \\ &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right)dt. \end{aligned} \tag{4.6}$$

Return dari total nilai portofolio (π) yang diinvestasikan pada aset tak bersiko dapat dipandang sebagai pertumbuhan portofolio dalam waktu dt yaitu $r\pi dt$. Berdasarkan konsep arbitrasi jika sisi kanan dari persamaan (4.6) lebih besar dari total $r\pi dt$ maka seorang pelaku arbitrasi akan mendapakan keuntungan dengan meminjam sejumlah π untuk diinvestasikan ke dalam portofolio. Sebaliknya jika sisi kanan kurang dari $r\pi dt$ maka pelaku arbitrasi akan membuat keuntungan dengan menjual portofolio dan menginvesasikan π ke dalam bank. Oleh karena itu sisi kanan dari (4.6) harus bernilai sama dengan $r\pi dt$. Sehingga Persamaan (4.6) menjadi

$$\begin{aligned} r\pi dt &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right) dt \\ r(V - \Delta S)dt &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right) dt \\ r(V - \frac{\partial V}{\partial S} S)dt &= \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right) dt. \end{aligned} \tag{4.7}$$

dengan menyamakan kedua sisi pada Persamaan (4.7) didapatkan persamaan umum dari model Black-Scholes sebagai berikut:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0 \tag{4.8}$$

Dimisalkan bahwa C adalah nilai dari opsi beli, sehingga jika disubstitusikan kedalam persamaan (4.8) menjadi

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} + rS\frac{\partial C}{\partial S} - rC = 0 \tag{4.9}$$

dengan *terminal condition*nya

$$C(S, T) = max(S - K, 0) \tag{4.10}$$

dan

$$C(0, t) = 0 \tag{4.11}$$

4.1.3 Solusi Persamaan Umum Black-Scholes

Selanjutnya akan dicari solusi dari C yang memenuhi Persamaan (4.9). Langkah pertama yang dilakukan adalah dengan mentransformasi beberapa variabel sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
S &= Ke^{x} && (4.12)\\
t &= T - \frac{\tau}{\frac{1}{2}\sigma^2} && (4.13)\\
C &= KV(x,\tau) && (4.14)
\end{aligned}
$$

dimana penurunannya adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial C}{\partial t} &= \frac{\partial KV(x,\tau)}{\partial t}\\
&= K\frac{\partial V(x,\tau)}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial t}\\
&= K\frac{\partial V(x,\tau)}{\partial \tau}\frac{\partial (T-t)\frac{1}{2}\sigma^2}{\partial t}\\
&= -\frac{K\sigma^2}{2}\frac{\partial V(x,\tau)}{\partial \tau} && (4.15)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial C}{\partial S} &= \frac{\partial KV(x,\tau)}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial S}\\
&= K\frac{\partial V(x,\tau)}{\partial x}\frac{\ln\frac{S}{K}}{S}\\
&= K\frac{\partial V(x,\tau)}{\partial x}\frac{1}{S}\\
&= K\frac{\partial V(x,\tau)}{\partial x}\frac{1}{Ke^{x}}\\
&= e^{-x}\frac{\partial V(x,\tau)}{\partial x} && (4.16)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 C}{\partial S^2} &= \frac{\partial}{\partial S}\left(e^{-x}\frac{\partial V(x,\tau)}{\partial x}\right) \\
&= \frac{\partial}{\partial x}\left(e^{-x}\frac{\partial V(x,\tau)}{\partial x}\right)\frac{\partial x}{\partial S} \\
&= \frac{1}{Ke^x}\left(-e^{-x}\frac{\partial V(x,\tau)}{\partial x} + e^{-x}\frac{\partial^2 V(x,\tau)}{\partial x^2}\right).
\end{aligned}
\tag{4.17}
$$

Hasil turunan pada Persamaan (4.15), (4.16), dan (4.17) kemudian disubstitusikan ke dalam Persamaan (4.9), sehingga didapatkan

$$
-\frac{K\sigma^2}{2}\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{1}{Ke^x}\left(-e^{-x}\frac{\partial V}{\partial x} + e^{-x}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right) + rSe^{-x}\frac{\partial V}{\partial x}
$$
$$
-rC = 0
$$
$$
-\frac{K\sigma^2}{2}\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 \frac{(Ke^x)^2}{Ke^x}\left(-e^{-x}\frac{\partial V}{\partial x} + e^{-x}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right) + rKe^x e^{-x}\frac{\partial V}{\partial x}
$$
$$
-rKV = 0
$$
$$
-\frac{\sigma^2}{2}\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 e^x\left(-e^{-x}\frac{\partial V}{\partial x} + e^{-x}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right) + r\frac{\partial V}{\partial x} - rV = 0
$$
$$
\frac{\partial V}{\partial \tau} - e^x\left(-e^{-x}\frac{\partial V}{\partial x} + e^{-x}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right) - \frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{rV}{\frac{1}{2}\sigma^2} = 0
$$

.

Misalkan $k = \frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}$, maka

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - k\frac{\partial V}{\partial x} + kV &= 0 \\
\frac{\partial V}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + (1-k)\frac{\partial V}{\partial x} + kV &= 0 \\
\frac{\partial V}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - (k-1)\frac{\partial V}{\partial x} + kV &= 0
\end{aligned}
\tag{4.18}
$$

terminal condition $C(S,T) = max(S-K,0)$ dapat diubah menjadi *initial condition* sebagai berikut

$$\begin{aligned} C(S,T) &= max(S-K,0) \\ &= max(Ke^x - K, 0) \\ &= Kmax(e^x - 1, 0). \end{aligned}$$

Diketahui pada persamaan sebelumnya bahwa $C(S,T) = KV(x,\tau)$, sehingga

$$\begin{aligned} KV(x,\tau) &= Kmax(e^x - 1, 0) \\ V(x,\tau) &= max(e^x - 1, 0). \end{aligned}$$

Jika $\tau = 0$, maka didapat *initial condition*nya sebagai berikut

$$V(x,0) = max(e^x - 1, 0). \tag{4.19}$$

Setelah didapatkan persamaan (4.19), akan dilakukan transformasi kedua untuk menyederhanakan variabel. Dimisalkan bahwa

$$V(x,\tau) = e^{\alpha x + \beta\tau} u(x,\tau). \tag{4.20}$$

Turunan pertama dan keduanya adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \tau} &= \frac{\partial (e^{\alpha x + \beta\tau} u(x,\tau))}{\partial \tau} \\ &= \beta e^{\alpha x + \beta\tau} u(x,\tau) + e^{\alpha x + \beta\tau} \frac{\partial u}{\partial \tau} \qquad (4.21) \\ \frac{\partial V}{\partial x} &= \frac{\partial (e^{\alpha x + \beta\tau} u(x,\tau))}{\partial x} \\ &= \alpha e^{\alpha x + \beta\tau} u(x,\tau) + e^{\alpha x + \beta\tau} \frac{\partial u}{\partial x} \qquad (4.22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &= \frac{\partial(\alpha e^{\alpha x+\beta\tau u(x,\tau)}u(x,\tau)+e^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau)+e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial x})}{\partial x}\\ &= \alpha^2 e^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau)+\alpha e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial x}+\alpha e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial x}\\ &\quad +e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.\end{aligned} \tag{4.23}$$

Persamaan (4.21), (4.22), dan (4.23) akan disubstitusikan ke persamaan (4.18) sehingga

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial \tau} &= (k-1)\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}-kV\\ \beta e^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau)+e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial \tau} &= (k-1)(\alpha e^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau)\\ &\quad +e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial x})+\alpha^2 e^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau)\\ &\quad +2\alpha e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial x}+e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial^2 u}{\partial x}\\ &\quad -ke^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau)\\ \beta u(x,\tau)+\frac{\partial u}{\partial \tau} &= (k-1)(\alpha u+\frac{\partial u}{\partial x})+\alpha^2 u+2\alpha\\ &\quad \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial^2 u}{\partial x}-ku.\end{aligned} \tag{4.24}$$

Misalkan dipilih $\beta=\alpha^2+(k-1)\alpha-k$, maka

$$\begin{aligned}\frac{\partial \beta}{\partial \alpha} &= 0\\ 2\alpha+(k-1) &= 0\\ \alpha &= -\frac{(k-1)}{2}\end{aligned} \tag{4.25}$$

$$\begin{aligned}
\beta &= \Big(\frac{(k-1)}{2}\Big)^2 - \frac{1}{2}(k-1)^2 - k \\
&= -\frac{1}{4}(k-1)^2 - k \\
&= -\frac{1}{4}(k+1)^2. \qquad (4.26)
\end{aligned}$$

Dari Persamaan (4.25) dan (4.26) maka Persamaan (4.24) dan (4.20) menjadi

$$\begin{aligned}
\beta u + \frac{\partial u}{\partial \tau} &= \alpha^2 u + 2\alpha\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (k \\
&\quad -1)\alpha u + (k-1)\frac{\partial u}{\partial x} - ku \\
-\frac{1}{4}(k+1)^2 u + \frac{\partial u}{\partial \tau} &= \frac{1}{4}(k-1)^2 - (k-1)\frac{\partial u}{\partial x} \\
&\quad + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{2}(k-1)^2 u + (k \\
&\quad -1)\frac{\partial u}{\partial x} - ku \\
\Big(- \frac{1}{4}(k-1)^2 - k\Big)u + \frac{\partial u}{\partial tau} &= -\frac{1}{4}(k-1)^2 u - (k-1)\frac{\partial u}{\partial x} \\
&\quad + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (k-1)\frac{\partial u}{\partial x} - ku \\
\frac{\partial u}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad (4.27)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V &= e^{\alpha x + \beta \tau} u(x,\tau) \\
&= e^{-\frac{(k-1)}{2}x - \frac{1}{4}(k+1)^2\tau} u(x,\tau).
\end{aligned}$$

Jika $\tau = 0$, maka

$$V(x,0) = e^{-\frac{(k-1)}{2}x} u(x,0). \qquad (4.28)$$

Karena telah diketahui sebelumnya bahwa $V(x,0) = max(e^x - 1, 0)$,

$$\begin{aligned} max(e^x - 1, 0) &= e^{-\frac{(k-1)}{2}x}u(x,0) \\ max(e^x - 1, 0) &= e^{\frac{(k-1)}{2}x}max(e^x - 1, 0) \\ &= max(e^{\frac{1}{2}(k+1)x} - e^{\frac{1}{2}(k-1)x}, 0) \end{aligned} \tag{4.29}$$

sehingga diperoleh persamaan difusi

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{4.30}$$

dengan *initial condition*

$$u(x,0) = f(x) = max(e^{\frac{1}{2}(k+1)x} - e^{\frac{1}{2}(k-1)x}, 0). \tag{4.31}$$

Selanjutnya dari persamaan difusi yang telah didapatkan, akan dicari penyelesaian umumnya. Misalkan $u(x,\tau) = F(x)G(\tau)$, maka jika masing-masing diturunkan menjadi

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= G\frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= G\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} && (4.32) \\ \frac{\partial u}{\partial \tau} &= F\frac{\partial G}{\partial \tau} && (4.33) \end{aligned}$$

dan persamaan (4.30) dapat dituliskan dengan

$$F\frac{\partial G}{\partial \tau} = G\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$$

atau

$$\frac{1}{G}\frac{\partial G}{\partial \tau} = \frac{1}{F}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}. \tag{4.34}$$

Ruas kanan dan ruas kiri pada Persmaan (4.34) bernilai sama, sehingga dapat dianggap Persamaan (4.34) bernilai tetap yang dimisalkan dengan k. Misalkan nilai $k < 0$ yaitu $k = -p^2$, maka Persamaan (4.34) dapat dinyatakan dengan

$$\frac{1}{G}\frac{\partial G}{\partial \tau} = \frac{1}{F}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -p^2. \tag{4.35}$$

Dari Persamaan (4.35) didapatkan dua persamaan diferensial linear dengan solusi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{G}\frac{\partial G}{\partial \tau} &= -p^2 \\
\int \frac{1}{G}\partial G &= \int -p^2 \partial \tau \\
\ln G &= -p^2 \tau \\
G &= e^{-p^2 \tau} \qquad (4.36)
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
\frac{1}{F}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= -p^2 \\
\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= -F p^2 \qquad (4.37)
\end{aligned}$$

misalkan

$$\begin{aligned}
F &= e^{mx} \\
\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= m^2 e^{mx}
\end{aligned}$$

maka Persamaan (4.37) menjadi

$$\begin{aligned} m^2 e^{mx} &= -e^{mx} p^2 \\ m^2 e^{mx} + e^{mx} p^2 &= 0 \\ e^{mx}(m^2 + p^2) &= 0 \end{aligned}$$

karena $e^{mx} \neq 0$, didapatkan $m_1 = pi$ dan $m_2 = -pi$. Sehingga solusi untuk Persamaan (4.37) adalah

$$F = C_1 \cos px + C_2 \sin px. \qquad (4.38)$$

Dari Persamaan (4.36) dan (4.38) didapatkan solusi untuk persamaan (4.30)

$$\begin{aligned} u(x, \tau) &= F(x) G(\tau) \\ &= (C_1 \cos px + C_2 \sin px) e^{-p^2 \tau}. \qquad (4.39) \end{aligned}$$

Karena C_1dan C_2 nilainya sebarang, maka dapat dipilih $C_1 = C_1(p)$ dan $C_2 = C_2(p)$ yang merupakan fungsi dari p. Adapun konstanta $k = -p^2$ bernilai negatif agar $u(x, \tau)$ konvergen ke 0 untuk $t \to \infty$. Sehingga Persamaan (4.39) dapat ditulis kembali menjadi

$$u(x, \tau) = (C_1(p) \cos px + C_2 \sin px) e^{-p^2 \tau}. \qquad (4.40)$$

Solusi yang diberikan pada Persamaan (4.40) berlaku untuk setiap p yang bernilai antara 0 sampai ∞. Demikian pula superposisi (penjumlahan) solusi dari berbagai nilai p ini tetap merupakan solusi. Integral dari suatu bentuk solusi juga merupakan solusi. Sehingga untuk p antara 0 sampai ∞ disapatkan solusi untuk Persamaan (4.30) sebagai berikut

$$u(x,\tau) = \int_0^\infty (C_1(p)\cos px + C_2(p)\sin px)e^{-p^2\tau}dp. \quad (4.41)$$

Dengan mempertimbangkan *initial condition* pada Persamaan (4.31), maka

$$\begin{aligned} f(x) &= u(x,0) \\ &= \int_0^\infty (C_1(p)\cos px + C_2(p)\sin px)dp. \quad (4.42) \end{aligned}$$

Persamaan (4.42) merupakan bentuk integral *fourier*, sehingga dapat dicari nilai $C_1(p)$ dan $C_2(p)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} C_1(p) &= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\cos(ps)ds \quad (4.43) \\ C_2(p) &= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\sin(ps)ds. \quad (4.44) \end{aligned}$$

Jika Persamaan (4.43) dan (4.44) disubstitusikan ke Persamaan (4.41), maka Persamaan (4.41) dapat dituliskan kembali sebagai berikut:

$$\begin{aligned} u(x,\tau) &= \int_0^\infty (C_1(p)\cos(px))e^{-p^2\tau} \\ &= \int_0^\infty \Bigg(\frac{1}{\pi}\Big(\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\cos(ps)ds\Big)\cos(px) \\ &\quad +\frac{1}{\pi}\Big(\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\sin(ps)ds\Big)\sin(px)\Bigg)e^{-p^2\tau}dp \\ &= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty\int_{-\infty}^{\infty}\Big(f(s)\cos(ps)\cos(px)ds \\ &\quad +f(s)\sin(ps)\sin(px)ds\Big)e^{-p^2\tau}dp \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(s)\Big(\cos(ps)\cos(px) + \sin(ps) \\
&\quad \sin(px)\Big)e^{-p^2\tau} ds\%dp \\
&= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(s)\cos(ps-px)e^{-p^2\tau} ds\, dp \\
&= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty f(s)\int_0^\infty \cos(ps-px)e^{-p^2\tau} dp\, ds.
\end{aligned} \tag{4.45}
$$

Bentuk $\int_0^\infty \cos(ps-px)e^{-p^2\tau}dp$ dapat ditransformasi ke dalam bentuk integral *Gaussian* sebagai berikut:

$$\int_0^\infty e^{-v^2}\cos(av)dv = \frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-\frac{a^2}{4}}$$

untuk itu dilkukan transformasi sebagai berikut:

$$\int_0^\infty \cos(ps-px)e^{-p^2\tau)}dp = \int_0^\infty e^{-p^2\tau}\cos(p(s-x))dp \tag{4.46}$$

misalkan

$$
\begin{aligned}
v^2 &= p^2\tau \\
v &= p\sqrt{\tau} \\
dv &= dp\sqrt{\tau} \\
\frac{1}{\sqrt{\tau}}dv &= dp \\
av &= p(s-x) \\
a &= \frac{p(s-x)}{v} \\
&= \frac{(s-x)}{\sqrt{\tau}}.
\end{aligned}
$$

Persamaan (4.46) dapat ditulis ulang sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\int_0^\infty \cos(p(s-x))e^{-p^2\tau}dp &= \int_0^\infty e^{-v^2}\cos(av)\frac{1}{\tau}dv \\ &= \frac{1}{\sqrt{\tau}}\int_0^\infty e^{-v^2}\cos(av)dv \\ &= \frac{1}{\sqrt{\tau}}\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-\frac{a^2}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\tau}}e^{-\frac{(s-x)^2}{4\tau}}\end{aligned}$$

jika hasilnya disubstitusikan ke dalam persamaan (4.45) maka diperoleh

$$\begin{aligned}u(x,\tau) &= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\int_0^\infty \cos(ps-px)e^{-p^2\tau}dp\,ds \\ &= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\tau}}e^{-\frac{(s-x)^2}{4\tau}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)e^{-\frac{(s-x)^2}{4\tau}}ds. \qquad (4.47)\end{aligned}$$

Persamaan (4.47) merupakan solusi dari persamaan difusi dengan *initial condition* $f(s) = u(s,0) = max(e^{\frac{1}{2}(k+1)s} - e^{\frac{1}{2}(k-1)s}, 0)$. $f(s)$ memiliki dua nilai yaitu $e^{\frac{1}{2}(k+1)s} - e^{\frac{1}{2}(k-1)s}$ ketika nilai $s \geq 0$ atau $s \to \infty$ dan $f(s) = 0$ ketika nilai $s < 0$ atau $s \to -\infty$. Sehingga

$$\begin{aligned}u(x,\tau) &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_(-\infty)^\infty f(s)e^{-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\left(\int_{-\infty}^0 f(s)e^{-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds + \infty_0^\infty f(s)e^{-\frac{(x-s^2)}{4\tau}}ds\right) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^\infty \left(e^{\frac{1}{2}(k+1)s} - e^{\frac{1}{2}(k-1)s}\right)e^{-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^\infty e^{\frac{1}{2}(k+1)s}e^{-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\
&\quad -\frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^\infty e^{\frac{1}{2}(k-1)s}e^{-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^\infty e^{\frac{1}{2}(k+1)s-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\
&\quad -\frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^\infty e^{\frac{1}{2}(k-1)s-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\
&= I_1 - I_2 \qquad (4.48)
\end{aligned}
$$

Untuk I_1,

$$
\begin{aligned}
\frac{(k+1)s}{2}-\frac{(x-s)^2}{4\tau} &= \frac{2\tau s(k+1)-(x-s)^2}{4\tau} \\
&= \frac{2\tau s(k+1)-(x^2-2xs+s^2)}{4\tau} \\
&= \frac{-s^2+2s(\tau(k+1)+x)-x^2}{4\tau} \\
&= -\frac{1}{2}\left(\frac{s-(\tau(k+1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2 \\
&\quad +\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4} \qquad (4.49)
\end{aligned}
$$

dari persamaan (4.49) didapatkan I_1 sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^\infty e^{\frac{(k+1)}{2}-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}}\int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{s-(\tau(k+1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)}ds
\end{aligned}
$$

Misalkan

$$
\begin{aligned}
z &= \frac{s-(\tau(k+1)+x)}{\sqrt{2\tau}} \\
\frac{dz}{ds} &= \frac{1}{\sqrt{2\tau}} \\
ds &= \sqrt{2\tau}dz
\end{aligned}
$$

jika $s=0$ maka $z=-\frac{\tau(k+1)+x}{\sqrt{2\tau}}$ dan jika $s=\infty$ maka $z=\infty$. Sehingga I_1 menjadi

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}}\int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{s-(t(k+1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}}\int_{-\frac{\tau(k+1)+x}{\sqrt{2\tau}}}^\infty e^{-\frac{1}{2}z^2}\sqrt{2\tau}dz \\
&= e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\frac{\tau(k+1)+x}{\sqrt{2\tau}}}^\infty e^{-\frac{1}{2}z^2}dz \\
&= e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}}N(d_1) \qquad (4.50)
\end{aligned}
$$

dengan $d_1=\frac{\tau(k+1)+x}{\sqrt{2\tau}}$. Untuk I_2 dilakukan cara yang sama seperti sebelumnya sehingga didapatkan:

$$
\begin{aligned}
\frac{(k-1)s}{2}-\frac{(x-s)^2}{4\tau} &= -\frac{1}{2}\left(\frac{s-(\tau(k-1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2 \\
&\quad +\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}
\end{aligned} \qquad (4.51)
$$

dari persamaan (4.51) didapatkan I_2 sebagai berikut:

$$
I_2 = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^\infty e^{\frac{1}{2}(k-1)s-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds
$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} \int_0^\infty e^{1\frac{1}{2}\left(\frac{s-(\tau(k-1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2 + \frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} ds \\
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} \int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{s-(\tau(k-1)+x)}{\sqrt{\tau}}\right)^2} ds.
\end{aligned} \tag{4.52}
$$

Misalkan,

$$
\begin{aligned}
z^* &= \frac{s-(\tau(k-1)+x)}{\sqrt{\tau}} \\
\frac{dz^*}{ds} &= \frac{1}{\sqrt{2\tau}} \\
ds &= \sqrt{2\tau} dz^*
\end{aligned}
$$

Jika $s = 0$ maka $z^* = -\frac{(\tau(k-1)+x)}{\sqrt{2\tau}}$ dan jika $s = \infty$ maka z juga bernilai ∞. Sehingga I_2 menjadi

$$
\begin{aligned}
I_2 &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} \int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{s-(t(k-1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} \int_{-\frac{\tau(k-1)+x}{\sqrt{2\tau}}}^\infty e^{-\frac{1}{2}z^2} \sqrt{2\tau} dz \\
&= e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\tau(k-1)+x}{\sqrt{2\tau}}}^\infty e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \\
&= e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} N(d_2)
\end{aligned} \tag{4.53}
$$

dengan $d_2 = \frac{\tau(k-1)+x}{\sqrt{2\tau}}$.
Dari persamaan (4.50) dan (4.53), didapatkan

$$\begin{aligned} u(x,\tau) &= I_1 - I_2 \\ &= e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}} N(d_1) - e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} N(d_2) \end{aligned} \tag{4.54}$$

Jika Pesamaan (4.54) disubstitusikan kedalam persamaan (4.20) maka akan didapatkan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned} V(x,\tau) &= e^{-\frac{(k-1)x}{2} - \frac{(k+1)^2\tau}{4}} u(x,\tau) \\ &= e^{-\frac{(k-1)x}{2} - \frac{(k+1)^2\tau}{4}} \Bigg(e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}} N(d_1) \\ &\quad - e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} N(d_2) \Bigg) \\ &= e^x N(d_1) - e^{-k\tau} N(d_2) \end{aligned} \tag{4.55}$$

dan dengan memanfaatkan Persamaan (4.12)-(4.14) serta $k = \frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}$ maka akan diperoleh rumus dari Black-Scholes sebagai berikut

$$\begin{aligned} C(S,T) &= KV(x,\tau) \\ &= K(e^x N(d_1) - e^{-k\tau} N(d_2)) \\ &= Ke^x N(d_1) - Ke^{-k\tau} N(d_2) \\ &= SN(d_1) - Ke^{-\frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}(T-t)\frac{1}{2}\sigma^2} N(d_2) \\ &= SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_2) \end{aligned} \tag{4.56}$$

dengan

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\tau(k+1)+x}{\sqrt{2\tau}} \\ &= \frac{(T-t)\frac{1}{2}\sigma^2(\frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}+1)+\ln\frac{S}{K}}{\sqrt{\frac{2(T-t)\sigma^2}{2}}} \\ &= \frac{\ln\frac{S}{K}+(T-t)(r+\frac{1}{2}\sigma^2)}{\sigma\sqrt{T-t}} \end{aligned} \tag{4.57}$$

$$\begin{aligned} d_2 &= \frac{\tau(k-1)+x}{\sqrt{2\tau}} \\ &= \frac{(T-t)\frac{1}{2}\sigma^2(\frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}-1)+\ln\frac{S}{K}}{\sqrt{\frac{2(T-t)\sigma^2}{2}}} \\ &= \frac{\ln\frac{S}{K}+(T-t)()r-\frac{1}{2}\sigma^2}{\sigma\sqrt{T-t}}. \end{aligned} \tag{4.58}$$

4.2 Nilai Ekuitas dan Nilai Hutang

Misalkan terdapat suatu sekuritas, Y, yang nilai pasar pada setiap waktu dapat ditulis sebagai fungsi dari nilai perusahaan dan waktu, $Y = D(A,t)$. Menurut Merton [10], dinamika nilai perusahaan, A, setiap waktu dapat dideskripsikan sebagai proses stokastik dengan persamaan diferensial stokastiknya adalah sebagai berikut:

$$dA = (\mu A - C)dt + \sigma A dW \tag{4.59}$$

dengan:

A : Nilai Perusahan
μ : Tingkat ekspektasi *return* perusahaan
C : Total Pengeluaran Perusahaan
σ : Volatilitas *return* perusahaan
dW : Proses Wiener.

Lalu dinamika sekuritas $Y = D(A,t)$ dapat ditulis juga dalam bentuk persamaan diferensial stokastik sebagai berikut:

$$dY = (\mu_y Y - C_y)dt + \sigma_y Y dW_y. \tag{4.60}$$

Berdasarkan Ito's Lemma yang telah dibahas sebelumnya, maka dinamika Y dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
dY &= dD(A,t) \\
&= \frac{\partial D}{\partial t}dt + \frac{\partial D}{\partial A}dA(t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 D}{\partial A^2}\partial(A(t))^2 \\
&= \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial D}{\partial A}((\mu A - C)dt + \sigma A dW) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 D}{\partial A^2} \\
&\quad ((\mu A - C)dt + \sigma A dW)^2 \\
&= \frac{\partial D}{\partial t}dt + (\mu A - C)\frac{\partial D}{\partial A}dt + \sigma A\frac{\partial D}{\partial A}dW + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 D}{\partial A^2} \\
&\quad ((\mu A - C)^2 dt^2 + 2\sigma A(\mu A - C)dtdW + \sigma^2 A^2 dW^2) \\
&= \frac{\partial D}{\partial t}dt + (\mu A - C)\frac{\partial D}{\partial A}dt + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 D}{\partial A^2}\sigma^2 A^2 dW^2 \\
&\quad +\sigma^2 A\frac{\partial D}{\partial A}dW \\
&= \left(\frac{\partial D}{\partial t} + (\mu A - C)\frac{\partial D}{\partial A} + \frac{1}{2}\sigma^2 A^2\frac{\partial^2 D}{\partial A^2}\right)dt \\
&\quad +\sigma A\frac{\partial D}{\partial A}dW
\end{aligned} \tag{4.61}$$

dari Persamaan (4.60) dan (4.61) didapatkan

$$\begin{aligned}
\mu_y Y &= \mu_y D = \frac{\partial D}{\partial t} + (\mu A - C)\frac{\partial D}{\partial A} \\
&\quad +\frac{1}{2}\sigma^2 A^2\frac{\partial^2 D}{\partial A^2} + C_y
\end{aligned} \tag{4.62}$$

$$\begin{aligned} \sigma_y Y &= \sigma_y D = \sigma A \frac{\partial D}{\partial A} && (4.63) \\ dW_y &= dW. && (4.64) \end{aligned}$$

Selanjutnya berdasarkan penurunan model Black-Scholes oleh Merton [18], dipertimbangkan untuk membentuk portofolio yang terdiri dari perusahaan, sekuritas tertentu,dan hutang sehingga investasi agregat dalam portofolio ini bernilai nol. Misalkan W_1 adalah jumlah uang yang diinvestasikan kedalam perusahaan, W_2 adalah jumlah uang yang diinvestasikan dalam sekuritas tertentu, dan W_3 adalah jumlah uang yang diinvestasikan kedalam hutang. Jika dx adalah *return* bebas resiko dari portofolio, maka dx dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} dx &= W_1\left(\frac{dA + Cdt}{A}\right) + W_2\left(\frac{dY + C_y dt}{Y}\right) + W_3 r dt \\ &= W_1(\mu dt + \sigma dW) + W_2(\mu_y dt + \sigma_y dW_y) - (W_1 + W_2) \\ &\quad\; rdt \\ &= W_1\mu dt + W_1\sigma dW + W_2\mu_y dt + W_2\sigma_y dW_y - W_1 r dt \\ &\quad\; - W_2 r dt \\ &= (W_1(\mu - r) + W_2(\mu_y - r))dt + (W_1\sigma + W_2\sigma_y)dW_y. \end{aligned} \tag{4.65}$$

Misalkan strategi portofolionya adalah $W_j = W_j^*$, maka dipilih sedemikian hingga koefisien dz selalu nol. Sehingga *return* portofolio, dx^*, tidak mengandung unsur stokastik. Karena portofolio yang diharapkan adalah *"zero net investment"* atau bebas arbitrasi, sehingga ekspektasi *return* pada strategi ini sama dengan nol. Dari asumsi ini didapatkan

$$
\begin{aligned}
W_1^*\sigma + W_2^*\sigma_y &= 0 && (4.66)\\
W_1^*(\mu - r) + W_2^*(\mu_y - r) &= 0 && (4.67)
\end{aligned}
$$

penyelesaian nontrivial dari persamaan (4.66) dan (4.67) adalah

$$\frac{\mu - r}{\sigma - A} = \frac{\mu_y - r}{\sigma_y}$$

Jika diubstitusikan dengan persamaan (4.62) dan (4.63) maka

$$
\begin{aligned}
\frac{\mu - r}{\sigma} &= \frac{\mu_y - r}{\sigma_y}\\
\frac{\mu - r}{\sigma} &= \frac{\frac{\partial D}{\partial t} + (\mu A - C)\frac{\partial D}{\partial A} + \frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 D}{\partial A^2} + C_y - rD}{\sigma A \frac{\partial D}{\partial A}}\\
(\mu - r)A\frac{\partial D}{\partial A} &= \frac{\partial D}{\partial t} + (\mu A - C)\frac{\partial D}{\partial A} + \frac{1}{2}\sigma^2 A^2 \frac{\partial^2 D}{\partial A^2} + C_y\\
&\quad -rD\\
0 &= \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 A^2 \frac{\partial^2 D}{\partial A^2} + (rA - C)\frac{\partial D}{\partial A} + C_y\\
&\quad -rD.
\end{aligned}
\tag{4.68}
$$

Karena dianggap tidak membayar dividen atau membayar kupon, maka $C = 0$ dan $C_y = 0$. Misal τ^* adalah selang waktu menuju jatuh tempo, maka $\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{\partial D}{\partial \tau}$. Maka persamaan (4.68) menjadi

$$-\frac{\partial D}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 A^2 \frac{\partial^2 D}{\partial A^2} + rA\frac{\partial D}{\partial A} - rD = 0. \tag{4.69}$$

Diketahui bahwa $A = D(A, \tau^*) + E(A, \tau^*)$ dimana E adalah nilai ekuitas. Sehingga jika disubstitusikan ke persamaan (4.69) maka

$$\begin{aligned}
0 &= -\frac{\partial(A-E)}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 A^2 \frac{\partial^2(A-E)}{\partial A^2} + rA\frac{\partial(A-E)}{\partial A} \\
&\quad -r(A-E) \\
0 &= -\frac{\partial A}{\partial \tau^*} + \frac{\partial E}{\partial \tau^*} + \frac{1}{2}\sigma^2 A^2 \frac{\partial^2 A}{\partial A^2} - \frac{1}{2}\sigma^2 A^2 \frac{\partial^2 E}{\partial A^2} + rA\frac{\partial A}{\partial A} \\
&\quad -rA\frac{\partial E}{\partial A} - rA + rE \\
0 &= \frac{1}{2}\sigma^2 A^2 \frac{\partial^2 E}{\partial A^2} + rA\frac{\partial E}{\partial A} - \frac{\partial E}{\partial \tau} - rE. \qquad (4.70)
\end{aligned}$$

Persamaan (4.70) merupakan persmaan umun dari model Black-Scholes untuk opsi tipe Eropa. Sehingga sama seperti cara sebelumnya, akan dicari solusi dari Persamaan (4.70) dengan melakukan transfromasi. Misalkan

$$\begin{aligned}
A &= Be^x \qquad (4.71) \\
\tau^* &= \frac{\tau}{\frac{1}{2}\sigma^2} \qquad (4.72) \\
E(A, \tau^*) &= BV(x, \tau) \qquad (4.73)
\end{aligned}$$

maka Persamaan (4.70) dapat ditulis sebagai berikut:

$$-\frac{1}{2}B\sigma^2\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 A^2 \frac{1}{Be^x}\Big(-e^{-x}\frac{\partial V}{\partial x} + e^{-x}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\Big) + \frac{rA}{e^{-x}}\frac{\partial V}{\partial x}$$
$$-rBV = 0$$

$$-\frac{1}{2}\sigma^2 B\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 Be^x\Big(-e^{-x}\frac{\partial V}{\partial x} + e^{-x}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\Big) + rB\frac{\partial V}{\partial x}$$

$-rBV = 0$

$$
\begin{aligned}
-\frac{1}{2}\sigma^2\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 e^x\Big(-e^{-x}\frac{\partial V}{\partial x} + e^{-x}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\Big) + r\frac{\partial V}{\partial x} - rV &= 0 \\
\frac{\partial V}{\partial \tau} - e^x\Big(-e^{-x}\frac{\partial V}{\partial x} + e^{-x}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\Big) - \frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}V &= 0.
\end{aligned}
$$

Misalkan $k = \frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}$, maka

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - k\frac{\partial V}{\partial x} + kV &= 0 \\
\frac{\partial V}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - (k-1)\frac{\partial V}{\partial x} + kV &= 0 \qquad (4.74)
\end{aligned}
$$

terminal condition dari Persamaan (4.70), $E(A, 0) = max(A-B, 0)$ dapat diubah menjadi *initial condition* sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
E(A, 0) &= max(A - B, 0) \\
&= max(Be^x - B, 0) \\
&= B\ max(e^x - 1, 0)
\end{aligned}
$$

telah diketahui sebelumnya bahwa $E(A, \tau) = BV(x, \tau)$, maka

$$
\begin{aligned}
BV(x, 0) &= B\ max(e^x - 1, 0) \\
V(x, 0) &= max(e^x - 1, 0).
\end{aligned}
$$

Sehingga ketika $\tau = 0$, didapatkan *initial condition* sebagai berikut:

$$V(x, 0) = max(e^x - 1, 0). \qquad (4.75)$$

Setalah dilakukannya transformasi pertama dan menghasilkan Persamaan (4.74) dengan *initial condition*

(4.75), akan dilakukan transformasi kedua. Dimisalkan bahwa

$$V = e^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau) \tag{4.76}$$

maka

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \tau} &= \frac{\partial e^{\alpha x+\beta\tau u(x,\tau)}}{\partial \tau} \\
&= \beta e^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau) + e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial \tau} \qquad (4.77) \\
\frac{\partial V}{\partial x} &= \frac{\partial (e^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau))}{\partial x} \\
&= \alpha e^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau) + e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial x} \qquad (4.78) \\
\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha e^{\alpha x+\beta\tau}u(x,\tau) + e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial x}\right) \\
&= \alpha^2 e^{\alpha x+\beta\tau}u + 2\alpha e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial x} + e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \qquad (4.79)
\end{aligned}$$

Bila hasil-hasil pada Persamaan (4.77), (4.78), dan (4.79) disubstitusikan ke dalam Persamaan (4.74) maka akan diperoleh hasil sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \tau} &= +(k-1)\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - kV \\
\beta e^{\alpha x+\beta\tau}u + e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial \tau} &= (k-1)\left(\alpha e^{\alpha x+\beta\tau}u + e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial x}\right) \\
&\quad +\alpha^2 e^{\alpha x+\beta\tau}u + 2\alpha e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial u}{\partial x}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
& +e^{\alpha x+\beta\tau}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + ke^{\alpha x+\beta\tau}u \\
\beta u + \frac{\partial u}{\partial \tau} &= (k-1)(\alpha u + \frac{\partial u}{\partial x}) + \alpha^2 u + 2\alpha\frac{\partial u}{\partial x} \\
& +\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + ku.
\end{aligned} \tag{4.80}
$$

Misalkan dipilih $\beta = \alpha^2 + (k-1)\alpha - k$, maka

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \beta}{\partial \alpha} &= 0 \\
2\alpha + (k-1) &= 0 \\
\alpha &= -\frac{(k-1)}{2} \qquad (4.81) \\
\beta &= \left(-\frac{(k-1)}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}(k-1)^2 - k \\
&= -\frac{(k-1)^2}{4} - k. \qquad (4.82)
\end{aligned}
$$

Sehingga, jika Persamaan (4.81) dan (4.82) disubstitusikan ke dalam Persamaan (4.80) akan diperoleh

$$
\begin{aligned}
\beta u + \frac{\partial u}{\partial \tau} &= (k-1)(\alpha u + \frac{\partial u}{\partial x}) + \alpha^2 u + 2\alpha\frac{\partial u}{\partial x} \\
& +\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - ku \\
-\frac{(k-1)^2}{4}u - ku + \frac{\partial u}{\partial \tau} &= (k-1)\Big(-\frac{(k-1)}{2}u + \frac{\partial u}{\partial x}\Big) \\
& +\frac{(k-1)^2}{4}u - (k-1)\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\
& -ku \\
\frac{\partial u}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.
\end{aligned} \tag{4.83}
$$

Kemudian jika diketahui $\beta = \alpha^2 + (k-1)\alpha - k$, maka persamaan (4.76) dapat ditulis ulang dengan bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} V(x,\tau) &= e^{\alpha x + \beta\tau} u(x,\tau) \\ &= e^{-\frac{(k-1)}{2}x - \frac{(k-1)^2+4k}{4}\tau} u(x,\tau) \\ V(x,0) &= e^{-\frac{(k-1)}{2}x} u(x,0). \end{aligned}$$

Telah diketahui sebelumnya, pada Persamaan (4.75) tentang *initial condition* dari persmaan umum black-scholes, sehingga

$$\begin{aligned} e^{-\frac{(k-1)}{2}x} u(x,0) &= max(e^x - 1, 0) \\ u(x,0) &= e^{\frac{(k-1)}{2}x} max(e^x - 1, 0) \\ &= max(e^{\frac{(k+1)}{2}x} - e^{\frac{(k-1)}{2}x}, 0) \quad (4.84) \end{aligned}$$

dimana Persamaan (4.84) merupakan *initial condiiton* dari Persamaan (4.83)

Selanjutnya dari persamaan difusi yang telah didapatkan, akan dicari penyelesaian umumnya. Misalkan $u(x,\tau) = F(x)G(\tau)$, maka jika masing-masing diturunkan menjadi

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= G\frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= G\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (4.85) \\ \frac{\partial u}{\partial \tau} &= F\frac{\partial G}{\partial \tau} \quad (4.86) \end{aligned}$$

dan persamaan (4.83) dapat dituliskan dengan

$$F\frac{\partial G}{\partial \tau} = G\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$$

atau

$$\frac{1}{G}\frac{\partial G}{\partial \tau} = \frac{1}{F}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}. \tag{4.87}$$

Ruas kanan dan ruas kiri pada Persmaan (4.87) bernilai sama, sehingga dapat dianggap Persamaan (4.87) bernilai tetap yang dimisalkan dengan k. Misalkan nilai $k < 0$ yaitu $k = -p^2$, maka Persamaan (4.87) dapat dinyatakan dengan

$$\frac{1}{G}\frac{\partial G}{\partial \tau} = \frac{1}{F}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -p^2. \tag{4.88}$$

Dari Persamaan (4.88) didapatkan dua persamaan diferensial linear dengan solusi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{G}\frac{\partial G}{\partial \tau} &= -p^2 \\
\int \frac{1}{G}\partial G &= \int -p^2 \partial \tau \\
\ln G &= -p^2 \tau \\
G &= e^{-p^2 \tau} \qquad (4.89)
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
\frac{1}{F}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= -p^2 \\
\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= -Fp^2 \qquad (4.90)
\end{aligned}$$

misalkan

$$\begin{aligned}
F &= e^{mx} \\
\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= m^2 e^{mx}
\end{aligned}$$

maka Persamaan (4.90) menjadi

$$\begin{aligned} m^2 e^{mx} &= -e^{mx} p^2 \\ m^2 e^{mx} + e^{mx} p^2 &= 0 \\ e^{mx}(m^2 + p^2) &= 0 \end{aligned}$$

karena $e^{mx} \neq 0$, didapatkan $m_1 = pi$ dan $m_2 = -pi$. Sehingga solusi untuk Persamaan (4.90) adalah

$$F = C_1 \cos px + C_2 \sin px. \tag{4.91}$$

Dari Persamaan (4.89) dan (4.2.91) didapatkan solusi untuk persamaan (4.96)

$$\begin{aligned} u(x,\tau) &= F(x)G(\tau) \\ &= (C_1 \cos px + C_2 \sin px) e^{-p^2\tau}. \end{aligned} \tag{4.92}$$

Karena C_1dan C_2 nilainya sebarang, maka dapat dipilih $C_1 = C_1(p)$ dan $C_2 = C_2(p)$ yang merupakan fungsi dari p. Adapun konstanta $k = -p^2$ bernilai negatif agar $u(x,\tau)$ konvergen ke 0 untuk $\tau \to \infty$. Sehingga Persamaan (4.92) dapat ditulis kembali menjadi

$$u(x,\tau) = (C_1(p) \cos px + C_2 \sin px) e^{-p^2\tau}. \tag{4.93}$$

Solusi yang diberikan pada Persamaan (4.93) berlaku untuk setiap p yang bernilai antara 0 sampai ∞. Demikian pula superposisi (penjumlahan) solusi dari berbagai nilai p ini tetap merupakan solusi. Berdasarkan sifat invarian, integral dari suatu bentuk solusi PDP difusi juga merupakan solusi. Sehingga Persamaan (4.93) menjadi

$$u(x,\tau) = \int_0^\infty (C_1(p) \cos px + C_2(p) \sin px) e^{-p^2\tau} dp. \tag{4.94}$$

Dengan mempertimbangkan *initial condition* pada Persamaan (4.84), dan jika $f(x) = u(x,0)$ maka

$$\begin{aligned} f(x) &= u(x,0) \\ &= \int_0^\infty (C_1(p)\cos px + C_2(p)\sin px)dp. \quad (4.95) \end{aligned}$$

Persamaan (4.95) merupakan bentuk integral *fourier*, sehingga dapat dicari nilai $C_1(p)$ dan $C_2(p)$ sebagai berikut:

$$C_1(p) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty f(s)\cos(ps)ds \quad (4.96)$$

$$C_2(p) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty f(s)\sin(ps)ds. \quad (4.97)$$

Jika Persamaan (4.96) dan (4.97) disubstitusikan ke Persamaan (4.94), maka Persamaan (4.94) dapat dituliskan kembali sebagai berikut:

$$\begin{aligned} u(x,\tau) &= \int_0^\infty (C_1(p)\cos(px))e^{-p^2\tau} \\ &= \int_0^\infty \Big(\frac{1}{\pi}\Big(\int_{-\infty}^\infty f(s)\cos(ps)ds\Big)\cos(px) \\ &\quad +\frac{1}{\pi}\Big(\int_{-\infty}^\infty f(s)\sin(ps)ds\Big)\sin(px)\Big)e^{-p^2\tau}dp \\ &= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty\int_{-\infty}^\infty \Big(f(s)\cos(ps)\cos(px)ds \\ &\quad +f(s)\sin(ps)\sin(px)ds\Big)e^{-p^2\tau}dp \\ &= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty\int_{-\infty}^\infty f(s)\Big(\cos(ps)\cos(px)+\sin(ps) \\ &\quad \sin(px)\Big)e^{-p^2\tau}ds\;dp \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(s)\cos(ps-px)e^{-p^2\tau}ds\,dp \\
&= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^\infty f(s)\int_0^\infty \cos(ps-px)e^{-p^2\tau}dp\,ds.
\end{aligned} \tag{4.98}$$

Bentuk $\int_0^\infty \cos(ps-px)e^{-p^2\tau}dp$ dapat ditransformasi ke dalam bentuk integral *Gaussian* sebagai berikut:

$$\int_0^\infty e^{-v^2}\cos(av)dv = \frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-\frac{a^2}{4}}$$

untuk itu dilkukan transformasi sebagai berikut:

$$\int_0^\infty \cos(ps-px)e^{-p^2\tau)}dp = \int_0^\infty e^{-p^2\tau}\cos(p(s-x))dp \tag{4.99}$$

misalkan

$$\begin{aligned}
v^2 &= p^2\tau \\
v &= p\sqrt{\tau} \\
dv &= dp\sqrt{\tau} \\
\frac{1}{\sqrt{\tau}}dv &= dp \qquad (4.100) \\
av &= p(s-x) \\
a &= \frac{p(s-x)}{v} \\
&= \frac{(s-x)}{\sqrt{\tau}}. \qquad (4.101)
\end{aligned}$$

Persamaan (4.99) dapat ditulis ulang sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\int_0^{\infty} \cos\left(p(s-x)\right)e^{-p^2\tau}dp &= \int_0^{\infty} e^{-v^2}\cos\left(av\right)\frac{1}{\tau}dv \\
&= \frac{1}{\sqrt{\tau}}\int_0^{\infty} e^{-v^2}\cos\left(av\right)dv \\
&= \frac{1}{\sqrt{\tau}}\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-\frac{a^2}{4}} \\
&= \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\tau}}e^{-\frac{(s-x)^2}{4\tau}}
\end{aligned}
$$

jika disubstitusikan ke dalam persamaan (4.2.98) maka diperoleh

$$
\begin{aligned}
u(x,\tau) &= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\int_0^{\infty}\cos\left(ps-px\right)e^{-p^2\tau}dp\; ds \\
&= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\tau}}e^{-\frac{(s-x)^2}{4\tau}} \\
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)e^{-\frac{(s-x)^2}{4\tau}}ds. \qquad (4.102)
\end{aligned}
$$

Persamaan (4.102) merupakan solusi dari persamaan difusi dengan *initial condition* $f(s) = u(s,0) = max(e^{\frac{1}{2}(k+1)s} - e^{\frac{1}{2}(k-1)s}, 0)$. $f(s)$ memiliki dua nilai yaitu $e^{\frac{1}{2}(k+1)s} - e^{\frac{1}{2}(k-1)s}$ ketika nilai $s > 0$ atau $s \to \infty$ dan $f(s) = 0$ ketika nilai $s \leq 0$ atau $s \to -\infty$. Sehingga

$$
\begin{aligned}
u(x,\tau) &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_{-\infty}^{\infty} f(s)e^{-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\left(\int_{-\infty}^{0} f(s)e^{-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds + \infty_0^{\infty} f(s)e^{-\frac{(x-s^2)}{4\tau}}ds\right) \\
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^{\infty}\left(e^{\frac{1}{2}(k+1)s} - e^{\frac{1}{2}(k-1)s}\right)e^{-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^{\infty} e^{\frac{1}{2}(k+1)s}e^{-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& -\frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^\infty e^{\frac{1}{2}(k-1)s}e^{-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\
= \quad & \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^\infty e^{\frac{1}{2}(k+1)s-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\
& -\frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^\infty e^{\frac{1}{2}(k-1)s-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\
= \quad & I_1 - I_2 \qquad (4.103)
\end{aligned}
$$

Untuk I_1,

$$
\begin{aligned}
\frac{(k+1)s}{2}-\frac{(x-s)^2}{4\tau} &= \frac{2\tau s(k+1)-(x-s)^2}{4\tau} \\
&= \frac{2\tau s(k+1)-(x^2-2xs+s^2)}{4\tau} \\
&= \frac{-s^2+2s(\tau(k+1)+x)-x^2}{4\tau} \\
&= -\frac{1}{2}\left(\frac{s-(\tau(k+1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2 \\
&\quad +\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}
\end{aligned}
\qquad (4.104)
$$

dari persamaan (4.104) didapatkan I_1 sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^\infty e^{\frac{(k+1)}{2}-\frac{(x-s)^2}{4\tau}}ds \\
&= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}}\int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{s-(\tau(k+1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)}ds
\end{aligned}
$$

Misalkan

$$
z = \frac{s-(\tau(k+1)+x)}{\sqrt{2\tau}}
$$

$$\begin{aligned} \frac{dz}{ds} &= \frac{1}{\sqrt{2\tau}} \\ ds &= \sqrt{2\tau}dz \end{aligned}$$

jika $s = 0$ maka $z = -\frac{\tau(k+1)+x}{\sqrt{2\tau}}$ dan jika $s = \infty$ maka $z = \infty$. Sehingga I_1 menjadi

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}} \int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{s-(t(k+1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}} \int_{-\frac{\tau(k+1)+x}{\sqrt{2\tau}}}^\infty e^{-\frac{1}{2}z^2} \sqrt{2\tau}dz \\ &= e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\tau(k+1)+x}{\sqrt{2\tau}}}^\infty e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \\ &= e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}} N(d_1) \end{aligned} \tag{4.105}$$

dengan $d_1 = \frac{\tau(k+1)+x}{\sqrt{2\tau}}$. Untuk I_2 dilakukan cara yang sama seperti sebelumnya sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \frac{(k-1)s}{2} - \frac{(x-s)^2}{4\tau} &= -\frac{1}{2}\left(\frac{s-(\tau(k-1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2 \\ &\quad + \frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4} \end{aligned} \tag{4.106}$$

dari persamaan (4.106) didapatkan I_2 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} \int_0^\infty e^{\frac{1}{2}(k-1)s-\frac{(x-s)^2}{4\tau}} ds \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} \int_0^\infty e^{1\frac{1}{2}\left(\frac{s-(\tau(k-1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2 + \frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} ds \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} \int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{s-(\tau(k-1)+x)}{\sqrt{\tau}}\right)^2} ds. \tag{4.107}$$

Misalkan,

$$\begin{aligned} z^* &= \frac{s-(\tau(k-1)+x)}{\sqrt{\tau}} \\ \frac{dz^*}{ds} &= \frac{1}{\sqrt{2\tau}} \\ ds &= \sqrt{2\tau}dz^* \end{aligned}$$

Jika $s = 0$ maka $z^* = -\frac{(\tau(k-1)+x)}{\sqrt{2\tau}}$ dan jika $s = \infty$ maka z juga bernilai ∞. Sehingga I_2 menjadi

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} \int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{s-(t(k-1)+x)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} \int_{-\frac{\tau(k-1)+x}{\sqrt{2\tau}}}^\infty e^{-\frac{1}{2}z^2}\sqrt{2\tau}dz \\ &= e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\tau(k-1)+x}{\sqrt{2\tau}}}^\infty e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \\ &= e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} N(d_2) \end{aligned} \tag{4.108}$$

dengan $d_2 = \frac{\tau(k-1)+x}{\sqrt{2\tau}}$.

Dari persamaan (4.105) dan (4.108), didapatkan

$$\begin{aligned} u(x,\tau) &= I_1 - I_2 \\ &= e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}} N(d_1) - e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}} N(d_2) \end{aligned} \tag{4.109}$$

Jika Pesamaan (4.109) disubstitusikan kedalam persamaan (4.76) maka akan didapatkan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
V(x,\tau) &= e^{-\frac{(k-1)x}{2}-\frac{(k+1)^2\tau}{4}}u(x,\tau) \\
&= e^{-\frac{(k-1)x}{2}-\frac{(k+1)^2\tau}{4}}\Big(e^{\frac{\tau(k+1)^2+2x(k+1)}{4}}N(d_1) \\
&\quad -e^{\frac{\tau(k-1)^2+2x(k-1)}{4}}N(d_2)\Big) \\
&= e^xN(d_1)-e^{-k\tau}N(d_2) \qquad (4.110)
\end{aligned}$$

dan dengan memanfaatkan Persamaan (4.71)-(4.73) serta $k = \frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}$ maka akan diperoleh rumus dari Black-Scholes sebagai berikut

$$\begin{aligned}
E(A,\tau^*) &= BV(x,\tau) \\
&= B\Big(e^xN(d_1)-e^{-k\tau}N(d_2)\Big) \\
&= Be^xN(d_1)-Be^{-k\tau}N(d_2) \\
&= AN(d_1)-Be^{-\frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}\tau^*\frac{1}{2}\sigma^2}N(d_2) \\
&= AN(d_1)-Be^{-r\tau^*}N(d_2) \\
&= A\Big(N(d_1)-\frac{Be^{-r\tau^*}}{A}N(d_2)\Big) \qquad (4.111)
\end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
d_1 &= \frac{\ln\left(\frac{A}{B}\right)+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)\tau^*}{\sigma\sqrt{\tau^*}} \\
d_2 &= d_1-\sigma\sqrt{\tau^*}.
\end{aligned}$$

Misal L adalah *leverage* dan $L = \frac{Be^{-r\tau^*}}{A}$, maka

$$
\begin{aligned}
d_1 &= \frac{\ln\left(\frac{A}{B}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau^*}{\sigma\sqrt{\tau^*}} \\
&= \frac{\ln\left(\frac{Be^{-r\tau^*}}{LB}\right) + \left(r\tau^* + \frac{1}{2}\sigma^2\tau^*\right)}{\sigma\sqrt{\tau^*}} \\
&= \frac{\ln e^{-r\tau^*} - \ln(L) + r\tau^* + \frac{1}{2}\sigma^2\tau^*}{\sigma\sqrt{\tau^*}} \\
&= -\frac{\left(\ln(L) + \frac{1}{2}\sigma^2\tau^*\right)}{\sigma\sqrt{\tau^*}} \\
d_2 &= d_1 - \sigma\sqrt{\tau^*} \\
&= -\frac{\left(\ln(L) + \frac{1}{2}\sigma^2\tau^*\right)}{\sigma\sqrt{\tau^*}}.
\end{aligned}
$$

Diketahui bahwa $A = D(A,\tau^*) + E(A,\tau^*)$ maka Persamaan (4.111) menjadi

$$
\begin{aligned}
E(A,\tau^*) &= A\left(N(d_1) - \frac{Be^{-r\tau^*}}{A}N(d_2)\right) \\
A - D(A,\tau^*) &= AN(d_1) - Be^{-r\tau^*}N(d_2) \\
D(A,\tau^*) &= A - AN(d_1) + Be^{-r\tau^*} \\
&= A(1 - N(d_1)) + Be^{-r\tau^*}N(d_2) \\
&= AN(-d_1) + Be^{-r\tau^*}N(d_2) \\
&= Be^{-r\tau^*}\left(\frac{A}{Be^{-r\tau}}N(-d_1) + N(d_2)\right) \\
&= Be^{-r\tau}\left(\frac{1}{L}N(-d_1) + N(d_2)\right). \quad (4.112)
\end{aligned}
$$

Dari Persamaan (4.112) juga dapat dibentuk *risk premium* dari hutang yang telah diambil perusahaan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
D(A,\tau^*) &= Be^{-r\tau^*}\Big(\frac{1}{L}N(-d_1)+N(d_2)\Big)\\
\frac{D(A,\tau^*)}{B} &= e^{-r\tau^*}\Big(\frac{1}{L}N(-d_1)+N(d_2)\Big)\\
e^{-R(\tau^*)\tau^*} &= e^{-r\tau^*}\Big(\frac{1}{L}N(-d_1)+N(d_2)\Big)\\
\ln e^{-R(\tau^*)\tau^*} &= \ln\bigg(e^{-r\tau^*}\Big(\frac{1}{L}N(-d_1)+N(d_2)\Big)\bigg)\\
-R(\tau^*)\tau^* &= -r\tau^* + \ln\Big(\frac{1}{L}N(-d_1)+N(d_2)\Big)\\
R(\tau^*)-r &= -\frac{1}{\tau^*}\ln\Big(\frac{1}{L}N(-d_1)+N(d_2)\Big). \qquad (4.113)
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan pendekatan model opsi, maka dapat digunakan *put call parity* untuk dapat menuliskan Persamaan (4.113) dengan lebih sederhana. Diketahui bahwa

$$\begin{aligned}
P &= E - A + Be^{-r\tau^*}\\
&= AN(d_1) - Be^{-r\tau^*}N(d_2) - A + Be^{-r\tau^*}\\
&= A(N(d_1)-1) + Be^{-r\tau}(1-N(d_2)). \qquad (4.114)
\end{aligned}$$

Maka Persamaan (4.113) dapat ditulis ulang sebagai berikut

$$\begin{aligned}
R(\tau^*)-r &= -\frac{1}{\tau^*}\ln\Big(\frac{1}{L}N(-d_1)+N(d_2)\Big)\\
&= -\frac{1}{\tau^*}\ln\Big(\frac{A}{Be^{-r\tau}}N(-d_1)+N(d_2)\Big)\\
&= -\frac{1}{\tau^*}\ln\Big(\frac{A(1-N(d_1))+Be^{-r\tau^*}N(d_2)}{Be^{-r\tau^*}}\Big)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{\tau^*}\ln\Big(1-\frac{A(N(d_1)-1)+Be^{-r\tau}(1-N(d_2))}{Be^{-r\tau^*}}\Big)\\
&= -\frac{1}{\tau^*}\ln\Big(1-\frac{P}{Be^{r\tau^*}}\Big). \qquad (4.115)
\end{aligned}$$

Persamaan (4.115) merupakan bentuk *risk premium* yang mendefinisikan struktur resiko dari suku bunga (*interest rate*) dengan P atau dalam model opsi didefinisikan untuk *put option* adalah ekspektasi kerugian yang diharapkan kepada pemegang ekuitas.

4.3 Peluang Kebangkrutan

Perusahaan melakukan kegiatan usaha dan operasionalnya tidak hanya menggunakan modal yang dimiliki namun juga menggunakan modal pinjaman, sehingga muncullah peluang kebangkrutan atau *default* yang akan dialami perusahaan. Keadaan dimana perusahaan *default* dapat terjadi kapan saja ketika variabel stokastik yang mewakili beberapa nilai aset turun di bawah ambang batas kewajiban. Sehingga dalam hal ini, peluang *default* perusahaan adalah peluang ketika aset dari perusahaan kurang dari nilai buku kewajiban perusahaan sehingga kepemilikan perusahaan dijadikan jaminan dalam pembayaran hutang tersebut. Dengan kata lain hutang dianggap lunas ketika kepemilikan berganti. Dalam bentuk matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
P_{def,t} &= P(A_{t+T} \leq B_t | A_t) \\
&= P(\ln(A_{t+T}) \leq \ln B_t | A_t) \qquad (4.116)
\end{aligned}
$$

karena nilai perusahaan mengikuti *Geometric Brownian Motion* maka nilai aset pada waktu t adalah

$$dA_{t+T} = \mu A dt + \sigma A dW.$$

Misalkan

$$Y(A,t) = \ln(A)$$

dimana $\ln(A)$ merupakan ln dari nilai aset perusahaan, maka

$$\frac{\partial Y}{\partial A} = \frac{1}{A},\ \frac{\partial^2 Y}{\partial A^2} = -\frac{1}{A^2},\ \frac{\partial Y}{\partial t} = 0$$

jika disubstiusikan ke dalam Lemma Ito seperti pada Persamaan (2.5), maka

$$\begin{aligned}
dY &= \left(\frac{\partial Y}{\partial t} + \mu A\frac{\partial Y}{\partial A} + \frac{1}{2}\sigma^2 A^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial A^2}\right)dt + \sigma A\frac{\partial Y}{\partial A}dW \\
d\ln(A) &= \left(0 + \mu A\frac{1}{A} + \frac{1}{2}\sigma^2 A^2\Big(-\frac{1}{A^2}\Big)\right)dt + \sigma A\frac{1}{A}dW \\
&= \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma dW.
\end{aligned} \tag{4.117}$$

Dari Persamaan (4.117) dapat diketahui bahwa logaritma dari nilai aset perusahaan mengikuti proses *Wienner* secara umum dengan nilai *driftt* $\mu - \frac{\sigma^2}{2}$ dan nilai volatilitasnya σ. Kemudian dari Persamaan (2.2), Persamaan (4.117) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\ln(A_{t+T}) &= \ln(A_t) + \int_t^{t+T}\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)du + \int_t^{t+T}\sigma dW_u \\
\ln(A_{t+T}) &= \ln(A_t) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\epsilon_{t+T} \\
\ln(A_{t+T}) &= \ln(A_t) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau^* + \sigma\sqrt{\tau^*}\epsilon_{t+T}
\end{aligned}$$

dimana ϵ_{t+T} merupakan variabel acak berdistribusi normal dan $\epsilon_{t+T} = \frac{W(t+T)-W(t)}{\sqrt{\tau^*}}$. Sehingga jika Persamaan (4.117) disubstitusikan ke Persamaan (4.116) akan didapatkan

$$\begin{aligned}
P_{def,t} &= P(\ln(A_{t+T}) \leq \ln B_t | A_t) \\
&= P(\ln(A_t) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau^* + \sigma\sqrt{\tau^*}\epsilon_{t+T} \\
&\quad - \ln(B_t) \leq 0) \\
&= P(\ln(A_t) - \ln(B_t) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau^* \\
&\quad + \sigma\sqrt{\tau^*}\epsilon_{t+T} \leq 0) \\
&= P\left(- \frac{\ln(\frac{A_t}{B_t}) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau^*}{\sigma\sqrt{\tau^*}} \geq \epsilon_{t+T} \right) \quad (4.118)
\end{aligned}$$

Dari Persamaan (4.118) ini dapat didefinisikan bahwa nilai peluang yang terbentuk hampir sama dengan nilai d_2 pada model Black-Scholes sebelumnya, dimana nilai d_2 sebagaimana dalam Persamaan (4.57) adalah sebagai berikut:

$$d_2 = \frac{\ln(\frac{S}{K}) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau^*}{\sigma\sqrt{\tau^*}}$$

sedangkan pada Persamaan (4.118), nilai peluangnya, dapat disimbolkan dengan d_3, adalah sebagai berikut:

$$d_3 = \frac{\ln(\frac{A_t}{B_t}) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau^*}{\sigma\sqrt{\tau^*}} \quad (4.119)$$

setelah apa yang telah dijelaskan pada subbab sebelumnya tentang penerapan model opsi dengan sruktur modal, harga saham (S) dan *strike price* (K) dapat disetarakan dengan aset perusahaan (A) dan nominal hutang yang akan dibayarkan pada jatuh tempo (B). Selain itu pada pemodelan sruktur modal yang dilakukan Leland [19], dianggap bahwa suku bunga bebas resiko (r) adalah parameter *drift* (μ). Sehingga d_3 dapat dikatakan sama dengan d_2.

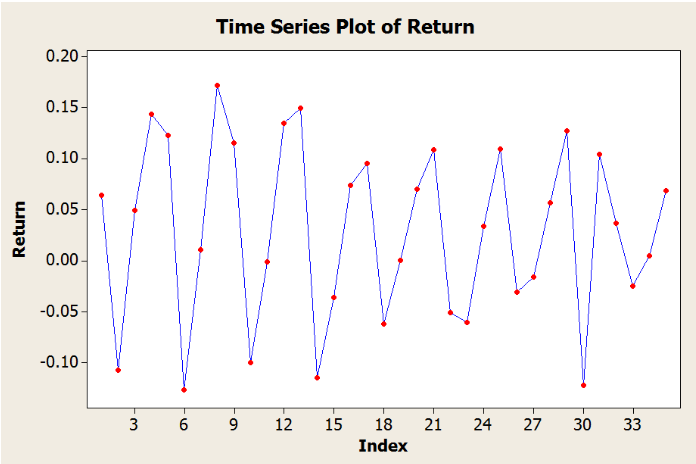
$$\begin{aligned} d_3 &= d_2 \\ \frac{\ln\left(\frac{A_t}{B_t}\right) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau^*}{\sigma\sqrt{\tau^*}} &= \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau^*}{\sigma\sqrt{\tau^*}}. \end{aligned}$$

Secara matematis *default* terjadi jika rasio aset dan hutang kurang dari 1 atau nilai logaritmanya bernilai negatif. Dari d_3 dapat diketahui peluang *default* tertinggi dengan menentukan nilai standar deviasi (σ) dari ln *return*. Dengan mengikuti teori distribusi yang telah digunakan pada model opsi Black-Scholes, maka peluang peluang *default* suatu perusahaan adalah

$$P_{def} = N(-d_3) = N\left(- \frac{\ln\left(\frac{A_t}{B_t}\right) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau^*)}{\sigma\sqrt{\tau^*}} \right). \quad (4.120)$$

4.4 Perhitungan *return* perusahaan

Pada tahap ini akan dilakukan perhitungan *return* dari perusahaan. Perhitungan *return* dilakukan dengan menggunakan data aset perusahaan yang ditulis di laporan keuangan. Laporan keuangan ini dapat dilihat pada Lampiran A serta *return* perusahaan dapat dilihat pada Lampiran B. Dengan menggunakan Persamaan (2.10), berikut merupakan plot *time series* dari *return* perusahaan beserta perhitungannya dari Triwulan pertama tahun 2009 hingga Triwulan pertama tahun 2018:



Gambar 4.1: Plot *Times Series Return* Perusahaan

Untuk perhitungannya sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
R_2 &= \ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \ln\left(\frac{7936372}{7441337}\right) = 0.064405707 \\
R_3 &= \ln\left(\frac{A_3}{A_2}\right) = \ln\left(\frac{7127408}{7936372}\right) = -0.10750861 \\
&\vdots \\
R_{35} &= \ln\left(\frac{A_{35}}{A_{34}}\right) = \ln\left(\frac{18906413}{18815224}\right) = 0.004834847 \\
R_{36} &= \ln\left(\frac{A_{36}}{A_{35}}\right) = \ln\left(\frac{20241813}{18906413}\right) = 0.068249239.
\end{aligned}
$$

Berdasarkan plot *times series* pada Gambar 4.1, terlihat bahwa *return* aset perusahaan berubah secara acak pada selang waktu tertentu, sehingga dapat dikata bahwa *return* perusahaan merupakan proses *Wiener*.

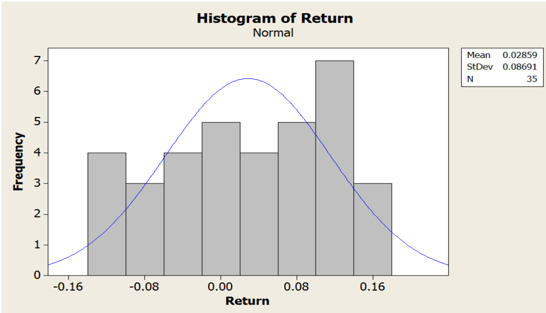
4.5 Uji Normalitas *return* Perusahaan

Selanjutnya pada tahap ini akan dilakukan uji normalitas pada data yang dimiliki. Data yang akan diuji merupakan data *return* perusahaan pada Kuartal 1 tahun 2009 hingga Kuartal 4 ahun 2017. Uji normalitas yang berfungsi untuk mengetahui data *return* berdistribusi normal atau tidak ini menggunakan uji normalitas *Kolmogorov Smirnov.*
Hipotesis:
H_0 : *Return* berdistribusi normal.
H_1 : *Return* tidak berdistribusi normal.
Statistik Uji:

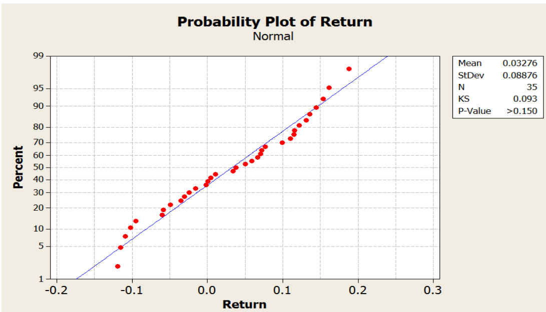
$$\begin{aligned} D_{hitung} &= max|F_t - F_s| \\ &= 0.07271 \\ D_{\alpha;n} &= D_{0.05;35} \\ &= 0.22425 \end{aligned}$$

Nilai dari $D_{\alpha;n}$ dapat dilihat pada Lampiran D. Kriteria Pengujian:
Karena nilai dari $D_{hitung} = 0.07271 < D_{\alpha;n} = 0.22425$ maka H_0 diterima, sehingga dapat disimpulkan bahwa data *return* berdistribusi normal. Pengujian distribusi normal juga dapat dilakukan dengan menggunakan *software* Minitab 16 yang hasilnya dapat dilihat pada Gambar 4.2 dan Gambar 4.3.

Berdasarkan Gambar 4.2 terlihat bahwa histogram *return* perusahaan mengikuti garis bantuan distribusi normal, selain itu pada Gambar 4.3 ditunjukan bahwa data *return* perusahaan menyebar di sekitar garis diagonal dan mengikuti arah garis, kemudian nilai *P-Value* juga $\geq$ 0.05, sehingga dapat disimpulkan bahwa data *return* perusahaan berdistribusi normal. Untuk perhitungan manual uji normalitas, dapat dilihat pada Lampiran D.



Gambar 4.2: Histogram *Return* Perusahaan



Gambar 4.3: Uji Normalitas *Kolmogorov Smirnov*

4.6 Estimasi Parameter

Pada tahap ini akan dilakukan estimasi parameter volatilitas dan *drift* dari model *Geometric Brownian Motion.* Parameter volatilias dan *drift* ini bernilai konstan dan didapatkan dengan menggunakan data *return* perusahaan pada Lampiran B. Berdasarkan Persamaan (2.11) dan (2.14) dapat dicari nilai volatilitas dan *drift* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\tilde{R}_t &= \frac{\sum_{t=1}^{n} R_t}{n} \\
&= \frac{R_2 + R_3 + ... + R_{35} + R_{36}}{35} \\
&= \frac{0.06441 - 0.10751 + ... + 0.00483 + 0.06825}{35} \\
&= 0.02859
\end{aligned}$$

Setelah didapatkan rata-rata *return*, selanjutnya akan dicari standar deviasi *return* seperti pada Persamaan (2.13).

$$\begin{aligned}
sr &= \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(R_t - \tilde{R}_t)^2}{n-1}} \\
&= \sqrt{\frac{(0.06441 - 0.02859)^2 + ... + (0.06825 - 0.02859)^2}{34}} \\
&= \sqrt{\frac{(0.03581)^2 + (-0.13610)^2 + ... + (0.06825)^2}{34}} \\
&= \sqrt{\frac{0.00128 + 0.01851 + ... + 0.00157}{34}} \\
&= \sqrt{\frac{0.25680}{34}} \\
&= \sqrt{0.007553} \\
&= 0.086908.
\end{aligned}$$

Setelah didapakan rata-rata dan standar deviasi *return*, dapat dicari nilai volatilitas dan *drift* sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\hat{\sigma} &= \frac{sr}{\Delta t} \\
&= \frac{0.086908}{1} \\
&= 0.086908 \\
\hat{\mu} &= \frac{\tilde{R}_t}{\Delta t} + \frac{\hat{\sigma^2}}{2} \\
&= \frac{0.02859}{1} + \frac{(0.086908)^2}{2} \\
&= 0.02859 + \frac{0.007553}{2} \\
&= 0.032368
\end{aligned}
$$

Sehingga dari perhitungan ini didapatkan nilai parameter volatitas sebesar 0.086908 dan *drift* sebesar 0.032368.

4.7 Simulasi Nilai Perusahaan

Pada tahap ini akan dilakukan simulsi terhadap model yang didapatkan pada tahap sebelumnya. Simulasi digunakan untuk melihat pengaruh nilai volatilitas dan tingkat suku bunga terhadap nilai pasar hutang dan ekuitas. Selain itu juga digunakkan untuk melihat pengaruh nilai aset dan tingkat volatilitas terhadap premi risiko perusahaan. Simulasi dilakukan dengan melakukan perulangan terhadap nilai tingkat volatilitas, tingkat suku bunga dan nilai aset perusahaan.

4.7.1 Perhitungan Nilai Ekuitas dan Hutang

Simulasi yang pertama adalah melakukan simulasi model nilai ekuitas dan hutang. Ketika melakukan perulangan terhadap nilai volatilitas, maka tingkat suku bunga yang digunakan adalah 0.032368. Begitu pun ketika melakukan perulangan terhadap tingkat suku bunga, tingkat volatilitas yang digunakan adalah 0.086908. Nilai pada tingkat volatilitas sebesar 0.086908 dan tingkat suku bunga 0.032368 merupakan nilai yang telah didapatkan pada tahap sebelumnya. Berikut merupakan perhitungan pengaruh nilai volatilitas terhadap ekuitas perusahaan pada periode triwulan 1 tahun 2018:

$$
\begin{aligned}
E_{\sigma_1}(A,T) &= AN(d_1) - Be^{-rT}N(d_2) \\
&= AN\left(\frac{\ln\left(\frac{A}{B}\right) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \\
&\quad -Be^{-rT}N\left(\frac{\ln\left(\frac{A}{B}\right) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} - \sigma\sqrt{T}\right) \\
&= 20241813N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294} + (0.032368 + \frac{1}{2}0.005^2)1}{0.005\sqrt{1}}\right) \\
&\quad -13229294e^{-0.032368}N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294} + 0.032368}{0.005\sqrt{1}}\right. \\
&\quad \left.+\frac{\frac{1}{2}0.005^2)}{0.005\sqrt{1}} - 0.005\sqrt{1}\right) \\
&= 20241813N(91.53946) - 13229294e^{-0.032368} \\
&\quad N(91.53446) \\
&= 7433868 \\
E_{\sigma_2}(A,T) &= 20241813N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294} + (0.032368 + \frac{1}{2}0.01^2)1}{0.01\sqrt{1}}\right) \\
&\quad -13229294e^{-0.032368}N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294} + 0.032368}{0.01\sqrt{1}}\right. \\
&\quad \left.+\frac{\frac{1}{2}0.01^2)}{0.01\sqrt{1}} - 0.01\sqrt{1}\right) \\
&= 20241813N(45.77348) \\
&\quad -13229294e^{-0.032368}N(45.76348) \\
&= 7433868
\end{aligned}
$$

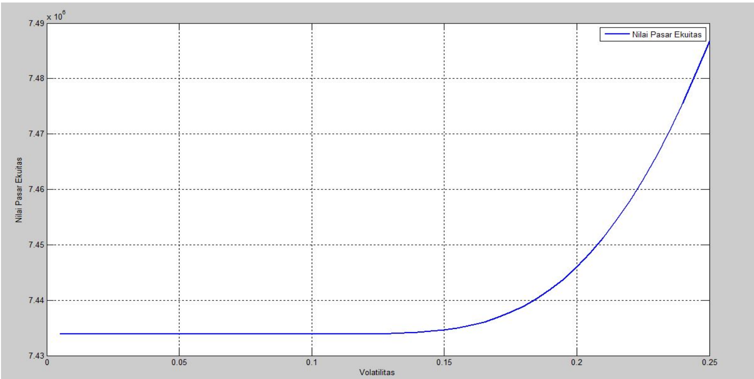
$$
\begin{aligned}
&\vdots\\
E_{\sigma_{50}}(A,T) &= 20241813N\Bigg(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.032368+\frac{1}{2}0.25^2)1}{0.25\sqrt{1}}\Bigg)\\
&\quad -13229294e^{-0.032368}N\Bigg(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+0.032368}{0.25\sqrt{1}}\\
&\quad +\frac{\frac{1}{2}0.25^2}{0.25\sqrt{1}}-1\Bigg)\\
&= 20241813N(1.95573)\\
&\quad -13229294e^{-0.032368}N(1.70574)\\
&= 7486717
\end{aligned}
$$

Kemudian perhitungan pengaruh nilai volatilitas terhadap hutang dilakukan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
D_{\sigma_1}(A,T) &= Be^{-rT}\Bigg(\frac{1}{L}N(-d_1)+N(d_2)\Bigg)\\
&= Be^{rT}\Bigg(\frac{A}{Be^{-rT}}N(-d_1)+N(d_2)\Bigg)\\
&= AN(-d_1)+Be^{-rT}N(d_2)\\
&= AN\Bigg(-\frac{\ln\frac{A}{B}+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\Bigg)\\
&\quad -Be^{-rT}N\Bigg(\frac{\ln\frac{A}{B}+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}-\sigma\sqrt{T}\Bigg)\\
&= 20241813N\Bigg(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.032368)}{0.005\sqrt{1}}\Bigg)\\
&\quad -13229294e^{-0.032368}N\Bigg(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+0.032368}{0.005\sqrt{1}}\\
&\quad +\frac{\frac{1}{2}0.01^2}{0.005\sqrt{1}}-0.005\sqrt{1}\Bigg)
\end{aligned}
$$

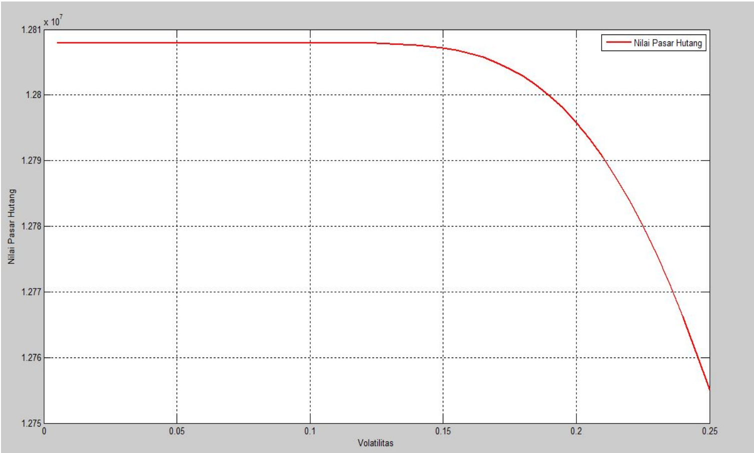
$$
\begin{aligned}
&= 20241813N(-91.53946)\\
&\quad -13229294e^{-0.032368}N(91.53446)\\
&= 12807944\\
D_{\sigma_2}(A,T) &= 20241813N\Bigg(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.032368)}{0.01\sqrt{1}}\Bigg)\\
&\quad -13229294e^{-0.032368}N\Bigg(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+0.032368}{0.01\sqrt{1}}\\
&\quad +\frac{\frac{1}{2}0.01^2}{0.01\sqrt{1}}-0.01\sqrt{1}\Bigg)\\
&= 20241813N(-45.77348)\\
&\quad -13229294e^{-0.032368}N(45.76348)\\
&= 12807944\\
&\vdots\\
D_{\sigma_{50}}(A,T) &= 20241813N\Bigg(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.032368+\frac{1}{2}0.25^2)1}{0.25\sqrt{1}}\Bigg)\\
&\quad -13229294e^{-0.032368}N\Bigg(\frac{\ln\frac{100}{75}+0.032368}{0.25\sqrt{1}}\\
&\quad +\frac{\frac{1}{2}0.25^2}{0.25\sqrt{1}}-0.25\sqrt{1}\Bigg)\\
&= 20241813N(-1.95574)\\
&\quad -75e^{-0.032368}N(-1.70574)\\
&= 12755096
\end{aligned}
$$

Perhitungan simulasi pengaruh tingkat volatilitas dilakukan dengan melakukan perulangan nilai volatilitas sebesar 0.005 hingga 0.25 berdasarkan histori tingkat volatilitas perusahaan dari tahun 2009 hingga 2018. Tabel hasil perhitungan simulasi pengaruh nilai volatilitas terhadap nilai ekuitas dan hutang dapat dilihat pada Lampiran E. Dengan menggunakan *software* MATLAB, simulasi pengaruh nilai volatilitas terhadap nilai ekuitas dan hutang dapat dilihat pada Gambar 4.4 dan Gambar 4.5.

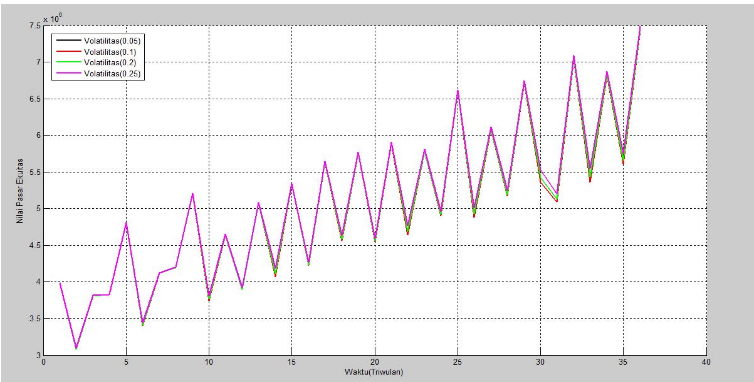


Gambar 4.4: Simulasi Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Ekuitas Perusahaan

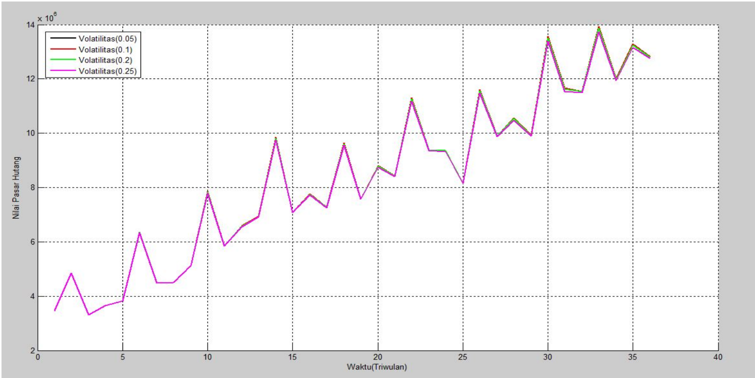
Dari hasil simulasi dapat terlihat bahwa semakin tinggi nilai volatilitas, semakin tinggi pula nilai pasar ekuitasnya. Sebaliknya, nilai pasar hutang semakin menurun seiring dengan meningkatnya nilai volatilitas. Dari hasil simulasi ini didapakan peningkatan nilai ekuitas sebesar 6.762% dan penurunan nilai hutang sebesar 3.584%. Seiring dengan meningkatnya tingkat volatilitas maka fluktuasi atau pergerakan nilai aset semakin besar akan tetapi tingkat volatilitas tidak menunjukan apakah nilai aset akan meningkat atau menurun, sehingga risiko terhadap perusahaan juga meningkat. Disamping risiko yang meningkat, tingginya tingkat volatilitas dan dengan melihat histori nilai aset yang terdahulu juga memberi harapan kepada *investor* dan pemegang ekuitas terhadap perkembangan perusahaan sehingga nilai ekuitas meningkat.



Gambar 4.5: Simulasi Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Hutang Perusahaan



Gambar 4.6: Simulasi Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Hutang Perusahaan Tahun 2009-2018 (Triwulan)



Gambar 4.7: Simulasi Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Hutang Perusahaan Tahun 2009-2018 (Triwulan)

Pengaruh tingkat volatilitas terhadap nilai pasar ekuitas dan hutang perusahaan dari tahun 2009 sampai 2018 dapat dilihat pada Gambar (4.6) dan Gambar (4.7).Simulasi dilakukan dengan tingkat volatilitas (σ) $0.087, 0.587, 1.087$ dan tingkat suku bunga sebesar 0.032368. Pada setiap tahun, semakin tinggi tingkat volatilitas maka semakin tinggi nilai pasar ekuitas dikarenakan harapan investor terhadap tingkat pengembalian perusahaan.

Selanjutnya adalah melakukan simulasi pada model untuk mengetahui pengaruh tingkat suku bunga terhadap nilai ekuitas dan nilai hutang perusahaan. Berikut merupakan perhitungan pengaruh tingkat suku bunga terhadap nilai ekuitas:

$$\begin{aligned} E_{r_1} &= AN(d_1) - Be^{-rT}N(d_2) \\ &= AN\left(\frac{\ln\frac{A}{B} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
& -Be^{rT}\left(\frac{\ln\frac{A}{B}+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}-\sigma\sqrt{T}\right) \\
= \; & 20241813N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.001+\frac{1}{2}0.086908^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\right) \\
& -13229294e^{-0.001}N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.001+\frac{1}{2}0.086908^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\right. \\
& \left.-0.086908\sqrt{1}\right) \\
= \; & 20241813N(4.94883)-13229294e^{-0.001}N(4.86193) \\
= \; & 7025742 \\
E_{r_2} = \; & 20241813N\left(\frac{\ln\frac{202141813}{13229294}+(0.002+\frac{1}{2}0.086908^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\right) \\
& -13229294e^{-0.002}N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.002+\frac{1}{2}0.086908^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\right. \\
& \left.-0.086908\sqrt{1}\right) \\
= \; & 20241813N(4.960341)-13229294e^{-0.002}N(4.86193) \\
= \; & 7038951 \\
& \vdots \\
E_{r_{65}} = \; & 20241813N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.065+\frac{1}{2}0.086908^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\right) \\
& -13229294e^{-0.065}N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.065+\frac{1}{2}0.086908^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\right. \\
& \left.-0.086908\sqrt{1}\right) \\
= \; & 20241813N(5.68525)-13229294e^{-0.065}N(5.59834) \\
= \; & 7845072
\end{aligned}
$$

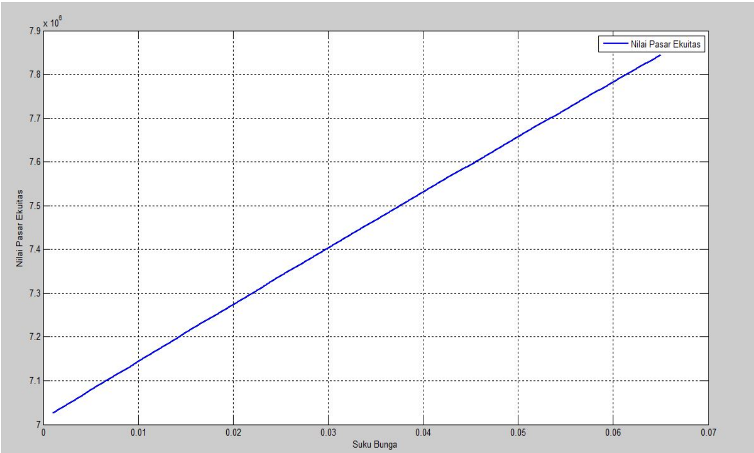
Selanjutnya akan dilakukan perhitungan untuk melihat pengaruh tingkat suku bunga terhadap nilai hutang sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
D_{r_1}(A,T) &= Be^{-rT}\left(\frac{1}{L}N(-d_1)+N(d_2)\right)\\
&= Be^{-rT}\left(\frac{A}{Be^{-rT}}N(-d_1)+N(d_2)\right)\\
&= AN(-d_1)+Be^{-rT}N(d_2)\\
&= AN\left(-\frac{\ln\frac{A}{B}+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)\\
&\quad -Be^{-rT}N\left(\frac{\ln\frac{A}{B}+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}-\sigma\sqrt{T}\right)\\
&= 20241813N\left(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.001+\frac{1}{2}0.086908^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\right)\\
&\quad -13229294e^{-0.001}N\left(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+0.001}{0.086908\sqrt{1}}\right.\\
&\quad \left.+\frac{\frac{1}{2}0.086908^2}{0.086908\sqrt{1}}-0.086908\sqrt{1}\right)\\
&= 20241813N(-4.94883)-13229294e^{-0.001}\\
&\quad N(4.86193)\\
&= 13216071\\
D_{r_2}(A,T) &= 20241813N\left(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.002+\frac{1}{2}0.086908^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\right)\\
&\quad -13229294e^{-0.002}N\left(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+0.002}{0.086908\sqrt{1}}\right.\\
&\quad \left.+\frac{\frac{1}{2}0.086908^2}{0.086908\sqrt{1}}.086908\sqrt{1}\right)\\
&= 20241813N(-4.96034)-13229294e^{-0.002}\\
&\quad N(4.86193)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 13202862\\
&\vdots\\
D_{r_{65}}(A,T) &= 20241813N\left(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.065+\frac{1}{2}0.086908^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\right)\\
&\quad -13229294e^{-0.065}N\left(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+0.065}{0.086908\sqrt{1}}\right.\\
&\quad \left.+\frac{\frac{1}{2}0.086908^2}{0.086908\sqrt{1}}.086908\sqrt{1}\right)\\
&= 20241813N(-5.68525) - 13229294e^{-0.065}\\
&\quad N(5.59834)\\
&= 12396741
\end{aligned}
$$

Tabel hasil perhitungan pengaruh tingkat suku bunga terhadap nilai ekuitas dan hutang dapat dilihat pada Lampiran F. Dengan menggunakan *software* MATLAB, grafik simulasi pengaruh nilai *drfit* terhadap nilai ekuitas dan nilai hutang perusahaan dapat dilihat pada Gambar (4.8) dan Gambar (4.9).

Dari hasil simulasi tingkat suku bunga terhadap nilai pasar hutang dan ekuitas, kenaikan suku bunga juga memberi dampak positif terhadap nilai pasar ekuitas dan sebaliknya terjadi pada nilai hutang. Kenaikan nilai ekuitas sebesar 11.872% dan nilai hutang mengalami penurunan hingga 6.293%. Hal ini dikarenakan, ketika nilai *drift* atau dapat dikatakan tingkat suku bunga meningkat akan pemilik perusahaan akan mengurangi pinjaman dari pihak luar sehingga nilai ekuitas meningkat. Tingkat suku bunga yang tinggi juga dapat berpengaruh terhadap pendapatan kena pajak karena pembayaran bunga yang tinggi dapat pengurangi pembayaran pajak.

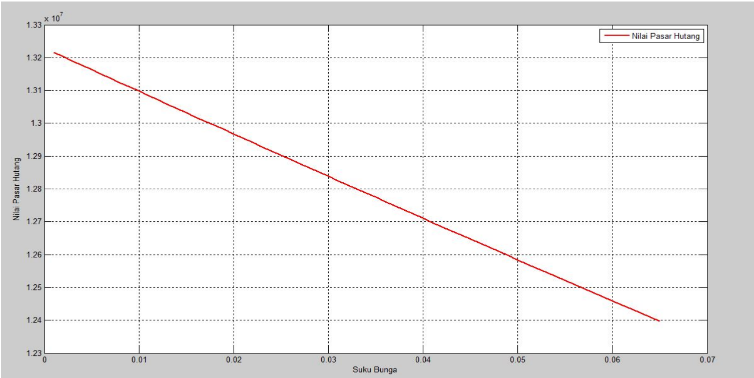


Gambar 4.8: Simulasi Pengaruh Nilai Suku Bunga terhadap Ekuitas Perusahaan

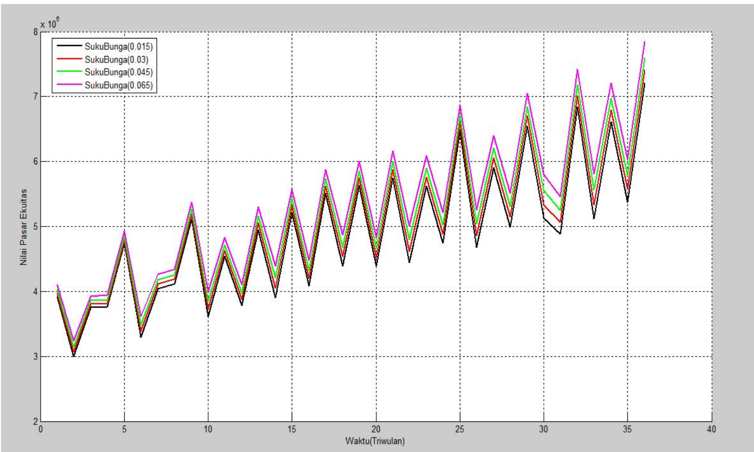
Gambar (4.10) dan Gambar (4.11) merupakan simulasi pengaruh tingkat suku bunga (r) $0.0136, 0.03237, 0.063237$ terhadap nilai pasar hutang dan ekuitas pada tahun 2009 hingga 2018 dengan tingkat volatilitas sebesar 0.086908. Pada setiap tahun, semakin tinggi tingkat suku bunga maka semakin tinggi nilai pasar ekuitas dikarenakan pengurangan penggunaan biaya investasi sebagai salah satu strategi perusahaan.

4.7.2 Perhitungan Premi Risiko dan Peluang Kebangkrutan Perusahaan

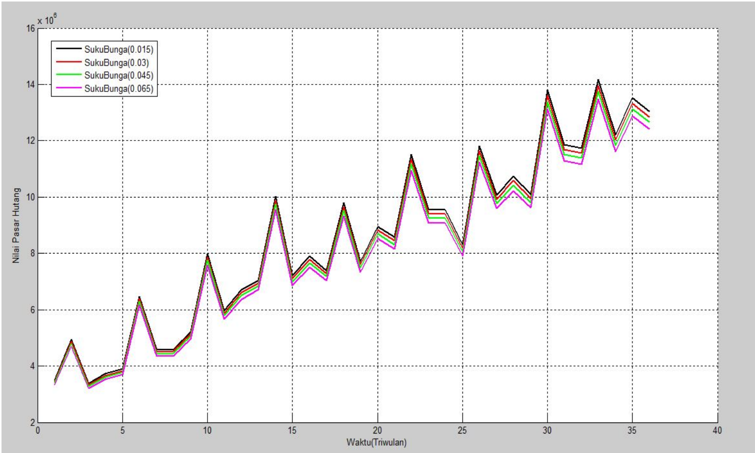
Selain nilai ekuitas dan nilai hutang, salah satu komponen yang dapat dipertimbangkan untuk meningkatkan nilai perusahaan adalah premi risiko (*risk premium*) sehingga dilakukan simulasi untuk melihat pengaruh nilai aset,



Gambar 4.9: Simulasi Pengaruh Nilai Suku Bunga terhadap Hutang Perusahaan



Gambar 4.10: Simulasi Pengaruh Nilai Suku Bunga terhadap Ekuitas Perusahaan Tahun 2009-2018



Gambar 4.11: Simulasi Pengaruh Nilai Suku Bunga terhadap Hutang Perusahaan Tahun 2009-2018

volatilitas, dan tingkat suku bunga terhadap premi risiko. Berikut merupakan simulasi untuk mengetahui pengaruh nilai aset terhadap premi risiko:

$$
\begin{aligned}
R(T) - r &= \frac{-1}{T} \ln \left(\frac{1}{L} N(-d_1) + N(d_2) \right) \\
&= \frac{-1}{T} \ln \left(\frac{A}{Be^{-rT}} N(-d_1) + N(d_2) \right) \\
&= \frac{-1}{T} \ln \left(\frac{A}{Be^{-rT}} N\left(- \frac{\ln \frac{A}{B} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \right) \right. \\
&\quad \left. + N\left(\frac{\ln \frac{A}{B} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} - \sigma\sqrt{T} \right) \right) \\
&= -\ln \left(\frac{1}{75e^{-0.032368}} \right.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& N\Bigg(-\frac{\ln\frac{100000}{13229294} + (0.032368 + \frac{1}{2}(0.086908)^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\Bigg) \\
& +N\Bigg(\frac{\ln\frac{100000}{13229294} + (0.032368 + \frac{1}{2}(0.086908)^2)1}{0.086908\sqrt{1}} \\
& -0.086908\sqrt{1}\Bigg)\Bigg) \\
= \;& -\ln\Bigg(\frac{100000}{13229294e^{-0.032368}}N(55.01498) + N(-55.10189)\Bigg) \\
= \;& 4.785019 \\
R(T) - r = \;& -\ln\Bigg(\frac{200000}{13229294e^{-0.032368}} \\
& N\Bigg(-\frac{\ln\frac{200000}{13229294} + (0.032368 + \frac{1}{2}(0.086908)^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\Bigg) \\
& +N\Bigg(\frac{\ln\frac{200000}{13229294} + (0.032368 + \frac{1}{2}(0.086908)^2)1}{0.086908\sqrt{1}} \\
& -0.086908\sqrt{1}\Bigg)\Bigg) \\
= \;& -\ln\Bigg(\frac{200000}{13229294e^{-0.032368}}N(47.03934) + N(-47.12625)\Bigg) \\
= \;& 4.091872 \\
\vdots \;& \\
R(T) - r = \;& -\ln\Bigg(\frac{10000000}{13229294e^{-0.032368}} \\
& N\Bigg(-\frac{\ln\frac{10000000}{13229294} + (0.032368 + \frac{1}{2}(0.086908)^2)1}{0.086908\sqrt{1}}\Bigg) \\
& +N\Bigg(\frac{\ln\frac{10000000}{13229294} + (0.032368 + \frac{1}{2}(0.086908)^2)1}{0.086908\sqrt{1}} \\
& -0.086908\sqrt{1}\Bigg)\Bigg)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= -\ln\left(\frac{10000000}{13229294e^{-0.032368}}N(2.02596) + N(-2.11287)\right) \\
&= 0.180517
\end{aligned}
$$

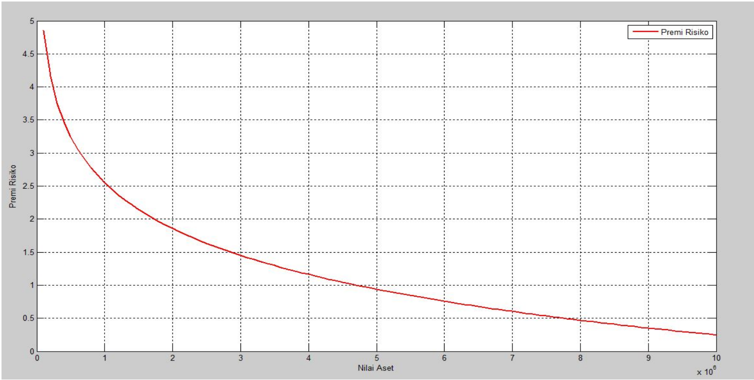
Selanjutnya adalah simulasi untuk mengetahui pengaruh volatilitas terhadap premi risiko.

$$
\begin{aligned}
R(T) - r &= \frac{-1}{T}\ln\left(\frac{1}{L}N(-d_1) + N(d_2)\right) \\
&= \frac{-1}{T}\ln\left(\frac{A}{Be^{-rT}}N(-d_1) + N(d_2)\right) \\
&= \frac{-1}{T}\ln\left(\frac{A}{Be^{-rT}}N\left(-\frac{\ln\frac{A}{B} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)\right. \\
&\quad \left. +N\left(\frac{\ln\frac{A}{B} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} - \sigma\sqrt{T}\right)\right) \\
&= -\ln\left(\frac{20241813}{13229294e^{-0.032368}}\right. \\
&\quad N\left(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294} + (0.032368 + \frac{1}{2}(0.005)^2)1}{0.005\sqrt{1}}\right) \\
&\quad \left. +N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294} + (0.032368 + \frac{1}{2}(0.005)^2)1}{0.005\sqrt{1}} - 0.005\sqrt{1}\right)\right) \\
&= -\ln\left(\frac{20241813}{13229294e^{-0.032368}}N(-91.53946) + N(91.53446)\right) \\
&= 0 \\
R(T) - r &= -\ln\left(\frac{20241813}{13229294e^{-0.032368}}\right. \\
&\quad N\left(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294} + (0.032368 + \frac{1}{2}(0.01)^2)1}{0.01\sqrt{1}}\right)
\end{aligned}
$$

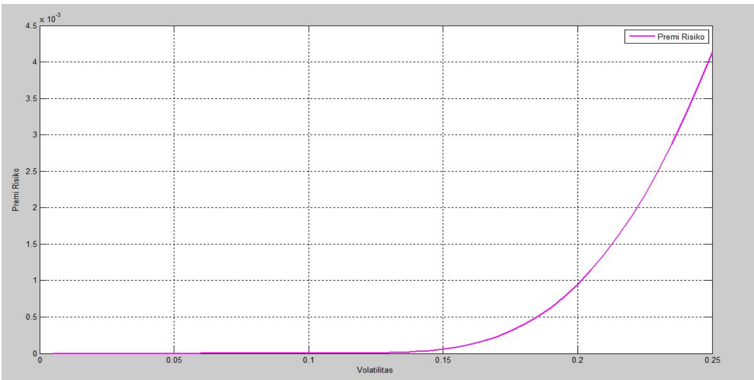
$$
\begin{aligned}
& +N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.032368+\frac{1}{2}(0.01)^2)1}{0.01\sqrt{1}}-0.01\sqrt{1}\right)\Bigg) \\
= \;& -\ln\left(\frac{20241813}{13229294e^{-0.032368}}N(-45.77348)+N(45.76348)\right) \\
= \;& 0 \\
\vdots \\
R(T)-r = \;& -\ln\Bigg(\frac{20241813}{13229294e^{-0.032368}} \\
& N\left(-\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.032368+\frac{1}{2}(0.25)^2)1}{0.25\sqrt{1}}\right) \\
& +N\left(\frac{\ln\frac{20241813}{13229294}+(0.032368+\frac{1}{2}(0.25)^2)1}{0.25\sqrt{1}}-0.25\sqrt{1}\right)\Bigg) \\
= \;& -\ln\left(\frac{20241813}{13229294e^{-0.032368}}N(-1.95574)+N(1.70574)\right) \\
= \;& 0.00414
\end{aligned}
$$

Tabel hasil perhitungan pengaruh nilai aset dan volatilitas terhadap premi risiko dapat dilihat pada Lampiran H dan Lampiran I. Dengan menggunakan *software* MATLAB, grafik simulasi pengaruh nilai aset dan volatilitas terhadap premi risiko perusahaan dapat dilihat pada Gambar (4.12) dan Gambar (4.13).

Dari Gambar(4.12) dan (4.13) dapat dilihat jika semakin tinggi nilai aset perusahaan, maka nilai premi risiko semakin rendah. Hal ini dikarenakan ketika aset naik, risiko yang ditanggung pemegang ekuitas rendah. Kemudian jika nilai volatilitas meningkat, maka premi risiko juga meningkat karena terjadi fluktuasi nilai aset yang besar sehingga risiko yang ditanggung juga besar.

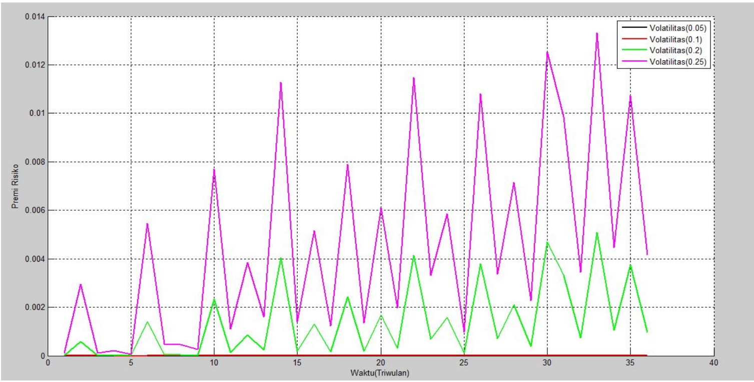


Gambar 4.12: Simulasi Pengaruh Nilai Aset terhadap Premi Risiko Perusahaan



Gambar 4.13: Simulasi Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Premi Risiko

Gambar (4.14) merupakan simulasi pengaruh tingkat volatilitas (σ) $0.087, 0.587, 1.087$ terhadap premi risiko yang dibayarkan perusahaan pada tahun 2009 hingga 2018 dengan tingkat suku bunga sebesar 0.032368. Pada setiap tahun, semakin tinggi tingkat volatilitas maka semakin tinggi premi risiko dikarenakan fluktuasi *return* aset yang semakin besar sehingga risiko kegagalan semakin tinggi.

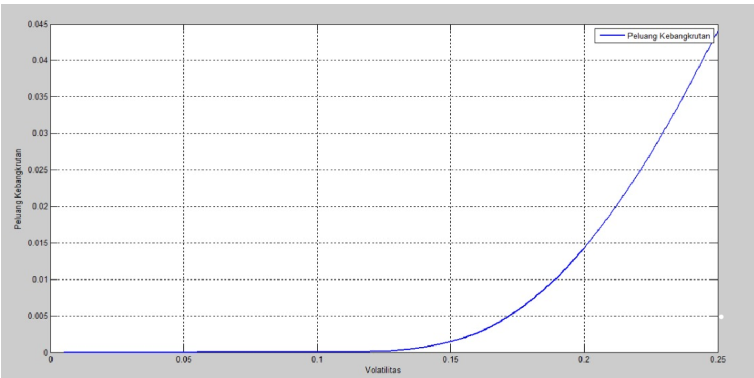


Gambar 4.14: Simulasi Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Premi Risiko Perusahaan Tahun 2009-2018

Dalam lingkup permodalan, perusahaan tidak bisa lepas dari risiko kebangkrutan atau *default*. Yaitu keadaan dimana perusahaan atau *equity holder* tidak mampu membayar kembali kewajiban dengan aset yang dimiliki. Risiko perusahaan yang tinggi, selain memberi ekspektasi pengembalian yang besar, juga menimbulkan peluang kebangkrutan yang besar. Hal ini dapat dilihat dalam simulasi berikut:

$$P_{def} = N\Bigg(-\frac{ln\left(\frac{A}{B}\right)+\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\Bigg)$$

$$
\begin{aligned}
&= N\left(-\frac{ln\frac{20241813}{13229294}+\left(0.032368-\frac{0.005^2}{2}\right)1}{0.005\sqrt{1}}\right)\\
&= N(-91.53446)\\
&= 0\\
P_{def} &= N\left(-\frac{ln\frac{20241813}{13229294}+\left(0.032368-\frac{0.01^2}{2}\right)1}{0.01\sqrt{1}}\right)\\
&= N(-45.76348)\\
&= 0\\
&\vdots\\
P_{def} &= N\left(-\frac{ln\frac{20241813}{13229294}+\left(0.032368-\frac{0.25^2}{2}\right)1}{0.25\sqrt{1}}\right)\\
&= N(-1.70574)\\
&= 0.04403
\end{aligned}
$$



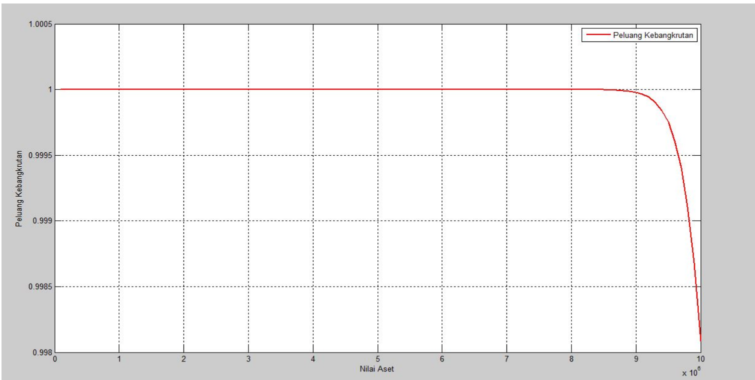
Gambar 4.15: Simulasi Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Peluang Kebangkrutan

Dalam persamaan (4.3.6) pada pembahasan sebelumnya, dapat dilihat bahwa dalam model peluang kebangkrutan terdapat dua parameter yang berpengaruh yaitu tingkat volatilitas dan tingkat suku bunga. Simulasi sebelumnya merupakan simulasi dengan perulangan nilai volailitas yang digunakan untuk melihat pengaruh nilai volatilitas terhadap peluang kebangkrutan perusahaan. Hasil dari simulasi dapat dilihat pada gambar (4.15). Dari gambar dapat dijelaskan bahwa semakin tinggi tingkat volatilitas maka akan semakin tinggi juga peluang kebangkrutan perusahaan. Volatilitas yang tinggi menunjukan perubahan harga yang besar, baik naik maupun turun, sehingga peluang kebangkrutan meningkat.

Selanjutnya merupakan simulasi untuk melihat pengaruh nilai aset terhadap peluang kebangkrutan perusahaan.

$$\begin{aligned}
P_{def} &= N\left(- \frac{ln\left(\frac{A}{B}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \\
&= N\left(- \frac{ln\frac{100000}{13229294} + \left(0.032368 - \frac{0.086908^2}{2}\right)1}{0.086908\sqrt{1}}\right) \\
&= N(55.10189) \\
&= 1 \\
P_{def} &= N\left(- \frac{ln\frac{200000}{13229294} + \left(0.032368 - \frac{0.086908^2}{2}\right)1}{0.086908\sqrt{1}}\right) \\
&= N(47.12625) \\
&= 1 \\
&\vdots
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
P_{def} &= N\Bigg(-\frac{ln\frac{10000000}{13229294}+\Big(0.032368-\frac{0.086908^2}{2}\Big)1}{0.086908\sqrt{1}}\Bigg)\\
&= N(2.11287)\\
&= 0.98269
\end{aligned}
$$



Gambar 4.16: Pengaruh Aset Perusahaan terhadap Peluang Kebangkrutan

Hasil dari simulasi dapat dilihat pada Gambar (4.16) yang mejelaskan bahwa semakin tinggi nilai aset perusahaan maka peluang kebangkrutan perusahaan akan menurun. Hal ini disebabkan jika nilai aset semakin besar maka kemungkinan perusahaan akan membayar kembali kewajibannya akan semakin besar.

4.8 Validasi Model

Setelah didapatkan model untuk nilai pasar hutang dan ekuitas serta simulasinya, kemudian akan dilakukan validasi model dengan *Mean Average Percentage Error*(MAPE).

MAPE digunakan untuk melihat seberapa akurat hasil peramalan yang dihasilkan dari model. Semakin rendah nilai MAPE, maka semakin baik model yang didapatkan. Nilai MAPE pada perhitungan pengaruh tingkat volatilitas terhadap nilai pasar ekuitas adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} MAPE &= \sum_{t=1}^{n} \frac{\frac{|V_t - F_t|}{V_t}}{n} \cdot 100\% \\ &= \frac{\frac{|7012519-7433868|}{7012519} + \cdots + \frac{|7012519-7486717|}{7012519}}{50} \cdot 100\% \\ &= 0.061143 \cdot 100\% \\ &= 6.1143\% \end{aligned}$$

Kemudian nilai MAPE terhadap perhitungan pengaruh tingkat volatilitas terhadap nilai pasar hutang adalah

$$\begin{aligned} MAPE &= \sum_{t=1}^{n} \frac{\frac{|V_t - F_t|}{V_t}}{n} \times 100\% \\ &= \frac{\frac{|13229294-12807944|}{13229294} + \cdots + \frac{|13229294-12755096|}{13229294}}{50} \cdot 100\% \\ &= 0.03241 \cdot 100\% \\ &= 3.241\% \end{aligned}$$

Selain memvalidasi model pada pengaruh tingkat volatilitas, dilakukan juga validasi model pada pengaruh tingkat suku bunga pada nilai pasar hutang dan ekuitas. Perhitungan nilai MAPE pada pengaruh tingkat suku bunga terhadap nilai pasar ekuitas adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
MAPE &= \sum_{t=1}^{n} \frac{\frac{|V_t - F_t|}{V_t}}{n} \times 100\% \\
&= \frac{\frac{|7012519 - 7025742|}{7012519} + \cdots + \frac{|7012519 - 7845072|}{7012519}}{50} \cdot 100\% \\
&= 0.06092 \cdot 100\% \\
&= 6.092\%
\end{aligned}
$$

Kemudian nilai MAPE untuk pengaruh tingkat suku bunga terhadap nilai pasar hutang adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
MAPE &= \sum_{t=1}^{n} \frac{\frac{|V_t - F_t|}{V_t}}{n} \times 100\% \\
&= \frac{\frac{|13229294 - 13216071|}{13229294} + \cdots + \frac{|13229294 - 12396741|}{13229294}}{50} \cdot 100\% \\
&= 0.03229 \cdot 100\% \\
&= 3.229\%
\end{aligned}
$$

Karena pada masing-masing perhitungan menghasilkan MAPE kurang dari 10% maka dapat dikatakan bahwa semua model memiliki tingkat akurasi yang sangat baik.

BAB V
PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis hasil simulasi yang telah disajikan sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Model matematika dari struktur modal perusahaan dengan pendekatan model opsi diperoleh dengan melakukan pembentukan portofolio perusahaan dan dengan menerapkan Lemma ito pada portofolio yang telah terbentuk. Kemudian dengan melakukan transformasi model menuju persamaan difusi, diperoleh model matematika dari ekuitas (E) dan hutang (D)untuk struktur modal perusahaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(A,\tau^*) &= A\Big(N(d_1) - \frac{Be^{-r\tau^*}}{A}N(d_2)\Big) \\ D(A,\tau^*) &= Be^{-r\tau}\Big(\frac{1}{L}N(-d_1) + N(d_2)\Big) \end{aligned}$$

   Adapun model untuk premi risiko ($R(\tau^*) - r$) dan peluang kebangkrutan perusahaan (P_{def}) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} R(\tau^*) - r &= -\frac{1}{\tau^*}\ln\Big(\frac{1}{L}N(-d_1) + N(d_2)\Big) \\ P_{def} &= N(-d_3) = N\Big(-\frac{\ln\left(\frac{A_t}{B_t}\right) + \big(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\big)\tau^*)}{\sigma\sqrt{\tau^*}}\Big) \end{aligned}$$

dengan

$$
\begin{aligned}
d_1 &= \frac{\ln\left(\frac{A}{B}\right) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)\tau^*}{\sigma\sqrt{\tau^*}} \\
d_2 &= d_1 - \sigma\sqrt{\tau^*}.
\end{aligned}
$$

2. Hasil analisa dari simulasi model matematika struktur pemodalan perusahaan dengan pendekatan model opsi untuk mengurangi risiko kebangkrutan menyatakan bahwa tingkat volatilitas dan suku bunga berpengaruh terhadap setiap komponen struktur model. Semakin tinggi volatilitas, maka nilai ekuitas perusahaan meningkat dan nilai hutang perusahaan menurun. Peningkatan ekuitas hingga 6,672% dan penurunan nilai hutang hingga 3,584% dengan tingkat akurasi masing-masing 6,1143% dan 3,241%. Akan tetapi volatilitas juga mempengaruhi premi risiko perusahaan hingga 0,413% dan peluang kebangkrutan perusahaan sebesar 0,044028 dari nilai awal peluang adalah 0. Tingkat suku bunga berpengaruh positif terhadap nilai ekuitas perusahaan dan sebaliknya pada nilai hutang perusahaan. Nilai ekuitas meningkat hingga 11,872% dengan tingkat akurasi 6,092% , sedangkan nilai hutang dengan tingkat akurasi 3,229% turun hingga 6,293%.

5.2 Saran

Dalam tugas akhir ini, pemodelan struktur pemodalan perusahaan dengan pendekatan opsi, perusahaan dianggap tidak memberikan dividen kepada pemegang saham dan tidak melakukan pembayaran kupon hutang. Selain itu, pajak sebagai salah satu unsur dalam struktur permodalan masih belum ditentukan.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bjerrisgaard, S.S. & Fedyaev, D. (2011). **Dynamic Capital Structure Modelling under Alternative Stochastic Processes**, Faculty of the Department of Finance of Copenhagen Business School.

[2] Investopedia. (2017). **Capital Structure**, http://www.investopedia.com, Diakses pada tanggal 16 Oktober 2017.

[3] Investopedia. (2017). **Leverage**, http://www.investopedia.com, Diakses pada tanggal 16 Oktober 2017.

[4] Vo, X. V. & Ellis, C. (2017). **An empirical investigation of capital structure and firm value in Vietnam**, Finance Research Letters , 90-94.

[5] Modigliani, F. & Miller. M. H.(1958). **The Cost of Capital, Corporation Finance a nd the Theory of Investment**, The American Economic Review,Vol. 53.

[6] Brennan, M.J. & Schwartz, E.S. (1978). **Corporate Income Taxes, Valuation, and the Problem of Optimal Capital Structure**, The Journal of Business, Vol. 51 (1), 103-114.

[7] Nieminen, M. (2005). **Optimal Capital Structure: An Option Theory Approach**, University of Tampere.

[8] Modigliani, F. & Miller, M. H. (1963). **A Correction, The Costof Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment**, The American Economic Review,Vol. 48.

[9] Black, F. & Scholes, M. (1973). **The Pricing of Option and Corporate Liabilities**, The Journal of Political Economy , 637-654

[10] Merton, R.C.(1974).**On the Pricing of Corporate Deb: The Risk Structure of Interest Rates**, The Journal of Finance, Vol. 29 (2), 449-470.

[11] Otieno, S., Otumba, E., & Nyabwanga, R. N (2015). **Application of Markov Chain to Model and Forecast Stock Market Trend : A Study of Safaricom Shares in Nairobi Securities Exchange, Kenya**, International Journal of Current Research, Vol.7(4), 14712-14721.

[12] Au, K.T., Raj, M., & Thurston, D. C., (1997). **An Intuitive Explanation of Brownian Motion as A Limit of A Random Walk**, Journal of Financial Education, Vol. 23, 91-94.

[13] Oud, M. A. (2014). **The Dynamics of Oil Prices and Valuation of Oil Derivatives**, Australia: School of Mathematics and Applied Statistics, University of Wollongong.

[14] Ross, S. M. (2011). **An Elementary Introduction to Mathematical Finance**. United States of America : Cambridge University Press.

[15] Sari, I.(-).**Integral Fourier**. http:// ilmiyati.staff.gunadarma.ac.id, diakses pada tanggal 11 Mei 2018.

[16] Tsay, R. S. (2002). **Analysis of Financial Time Series**, United States of America : John Wiley Sons, Inc.

[17] Statistikian. (2013). **Penjelasan Rumus Kolmogorov Smirnov Uji Normalitas**, http://www.statistikian.com, Diakses pada tanggal 6 Mei 2018.

[18] Merton, R.C.(1973).**A Rational Theory of Option Pricing**, Bell Journal of Economics and Management Science.

[19] Leland, H. E.(1994).**Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure**, The Journal of Financial, Vol. 49, 1213-1252.

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN A
Laporan Neraca Keuangan Konsolidasian PT. UI Tbk. Tahun 2009-2018

Tahun 2009			
Periode	Total Aset (A)	Total Ekuitas	Total Hutang (B)
Triwulan 1	Rp7,441,337	Rp3,869,369	Rp3,565,735
Triwulan 2	Rp7,936,372	Rp2,916,961	Rp5,013,147
Triwulan 3	Rp7,127,408	Rp3,700,119	Rp3,421,212
Triwulan 4	Rp7,484,990	Rp3,702,819	Rp3,776,415
Tahun 2010			
Periode	Total Aset (A)	Total Ekuitas	Total Hutang (B)
Triwulan 1	Rp8,637,928	Rp4,674,602	Rp3,956,948
Triwulan 2	Rp9,769,504	Rp3,191,613	Rp6,573,074
Triwulan 3	Rp8,608,175	Rp3,972,723	Rp4,631,464
Triwulan 4	Rp8,701,262	Rp4,045,419	Rp4,652,409
Tahun 2011			
Periode	Total Aset (A)	Total Ekuitas	Total Hutang (B)
Triwulan 1	Rp10,333,047	Rp5,032,144	Rp5,296,499
Triwulan 2	Rp11,595,846	Rp3,488,949	Rp8,102,796
Triwulan 3	Rp10,496,830	Rp4,446,158	Rp6,046,516
Triwulan 4	Rp10,482,312	Rp3,676,568	Rp6,801,375
Tahun 2012			
Periode	Total Aset (A)	Total Ekuitas	Total Hutang (B)
Triwulan 1	Rp11,995,436	Rp4,839,278	Rp7,151,813
Triwulan 2	Rp13,934,265	Rp3,747,826	Rp10,182,107
Triwulan 3	Rp12,421,910	Rp5,105,626	Rp7,316,284
Triwulan 4	Rp11,984,979	Rp3,968,365	Rp8,016,614

LAMPIRAN A (LANJUTAN)
Laporan Neraca Keuangan Konsolidasian PT. UI Tbk. Tahun 2009-2018

Tahun 2013			
Periode	Total Aset (A)	Total Ekuitas	Total Hutang (B)
Triwulan 1	Rp12,906,257	Rp5,400,348	Rp7,505,909
Triwulan 2	Rp14,193,134	Rp4,243,835	Rp9,949,299
Triwulan 3	Rp13,340,178	Rp5,510,444	Rp7,829,734
Triwulan 4	Rp13,348,188	Rp4,254,670	Rp9,093,518
Tahun 2014			
Periode	Total Aset (A)	Total Ekuitas	Total Hutang (B)
Triwulan 1	Rp14,314,180	Rp5,615,651	Rp8,698,529
Triwulan 2	Rp15,956,956	Rp4,271,931	Rp11,685,025
Triwulan 3	Rp15,170,111	Rp5,472,869	Rp9,697,242
Triwulan 4	Rp14,280,670	Rp4,598,782	Rp9,681,888
Tahun 2015			
Periode	Total Aset (A)	Total Ekuitas	Total Hutang (B)
Triwulan 1	Rp14,772,554	Rp6,338,213	Rp8,434,341
Triwulan 2	Rp16,486,178	Rp4,503,074	Rp11,983,104
Triwulan 3	Rp15,984,771	Rp5,755,607	Rp10,229,164
Triwulan 4	Rp15,729,945	Rp4,827,360	Rp10,902,585
Tahun 2016			
Periode	Total Aset (A)	Total Ekuitas	Total Hutang (B)
Triwulan 1	Rp16,653,300	Rp6,397,400	Rp10,255,900
Triwulan 2	Rp18,920,136	Rp4,890,447	Rp14,002,689
Triwulan 4	Rp16,745,695	Rp4,704,258	Rp12,041,437
Tahun 2017			
Periode	Total Aset (A)	Total Ekuitas	Total Hutang (B)
Triwulan 1	Rp18,586,404	Rp6,665,099	Rp11,921,305
Triwulan 2	Rp19,286,387	Rp4,906,114	Rp14,380,273
Triwulan 3	Rp18,815,224	Rp6,423,858	Rp12,391,366
Triwulan 4	Rp18,906,413	Rp5,173,388	Rp13,733,025

LAMPIRAN A (LANJUTAN)
Laporan Neraca Keuangan Konsolidasian PT. UI Tbk. Tahun 2009-2018

Tahun 2018			
Periode	Total Aset (A)	Total Ekuitas	Total Hutang (B)
Triwulan 1	Rp20,241,813	Rp7,012,519	Rp13,229,294

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN B
Tabel *Return* Perusahaan

No	Aset Total Perusahaan	*Return*	No	Aset Total Perusahaan	*Return*
1	Rp7,441,337		19	Rp13,340,178	-0.06198
2	Rp7,936,372	0.06441	20	Rp13,348,188	0.00060
3	Rp7,127,408	-0.10751	21	Rp14,314,180	0.06987
4	Rp7,484,990	0.04895	22	Rp15,956,956	0.10864
5	Rp8,637,928	0.14326	23	Rp15,170,111	-0.05057
6	Rp9,769,504	0.12310	24	Rp14,280,670	-0.06042
7	Rp8,608,175	-0.12655	25	Rp14,772,554	0.03386
8	Rp8,701,262	0.01076	26	Rp16,486,178	0.10975
9	Rp10,333,047	0.17188	27	Rp15,984,771	-0.03089
10	Rp11,595,846	0.11530	28	Rp15,729,945	-0.01607
11	Rp10,496,830	-0.09957	29	Rp16,653,300	0.05704
12	Rp10,482,312	-0.00138	30	Rp18,920,136	0.12762
13	Rp11,995,436	0.13484	31	Rp16,745,695	-0.12209
14	Rp13,934,265	0.14982	32	Rp18,586,404	0.10429
15	Rp12,421,910	-0.11489	33	Rp19,286,387	0.03697
16	Rp11,984,979	-0.03581	34	Rp18,815,224	-0.02473
17	Rp12,906,257	0.07406	35	Rp18,906,413	0.00483
18	Rp14,193,134	0.09505	36	Rp20,241,813	0.06825

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN C
Tabel Nilai Uji Kritis *Kolmogorov Smirnov*

Jumlah	Tingkat Kepercayaan (α)			
Data	0.1	0.05	0.02	0.01
1	0.95000	0.97500	0.99000	0.99500
2	0.77639	0.84189	0.90000	0.92929
3	0.63604	0.70760	0.78456	0.82900
4	0.56522	0.62394	0.68887	0.73424
5	0.50945	0.56328	0.62718	0.66853
6	0.46799	0.51926	0.57741	0.61661
7	0.43607	0.48342	0.53844	0.57581
8	0.40962	0.45427	0.50654	0.54179
9	0.38746	0.43001	0.47960	0.51332
10	0.36866	0.40925	0.45662	0.48893
11	0.35242	0.39122	0.43670	0.46770
12	0.33815	0.37543	0.41918	0.44905
13	0.32549	0.36143	0.40362	0.43247
14	0.31417	0.34890	0.38970	0.41762
15	0.30397	0.33760	0.37713	0.40420
16	0.29472	0.32733	0.36571	0.39201
17	0.28627	0.31796	0.35528	0.38086
18	0.27851	0.30936	0.34569	0.37062
19	0.27136	0.30143	0.33685	0.36117
20	0.26473	0.29408	0.32866	0.35241

LAMPIRAN C (LANJUTAN)

Jumlah	Tingkat Kepercayaan (α)			
Data	0.1	0.05	0.02	0.01
21	0.25858	0.28724	0.32104	0.34427
22	0.25283	0.28087	0.31394	0.33666
23	0.24746	0.27490	0.30728	0.32954
24	0.24242	0.26931	0.30104	0.32286
25	0.23768	0.26404	0.29516	0.31657
26	0.23320	0.25907	0.28962	0.31064
27	0.22898	0.25438	0.28438	0.30502
28	0.22497	0.24993	0.27942	0.29971
29	0.22117	0.24571	0.27471	0.29466
30	0.21756	0.24170	0.27023	0.28987
31	0.21412	0.23788	0.26596	0.28530
32	0.21085	0.23424	0.26189	0.28094
33	0.20771	0.23076	0.25801	0.27677
34	0.20472	0.22743	0.25429	0.27279
35	0.20185	0.22425	0.26073	0.26897
36	0.19910	0.22119	0.24732	0.26532
37	0.19646	0.21826	0.24404	0.26180
38	0.19392	0.21544	0.24089	0.25843
39	0.19148	0.21273	0.23786	0.25518
40	0.18913	0.21012	0.23494	0.25205
$n > 40$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.51}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$

LAMPIRAN D
Tabel Uji Normalitas *Return* Perusahaan

No	r_t	**Z**	F_t	F_s	$\lvert F_s - F_t \rvert$
1	-0.12655	-1.78516	0.03712	0.02857	0.00855
2	-0.12209	-1.73375	0.04148	0.05714	0.01566
3	-0.11489	-1.65094	0.04938	0.08571	0.03634
4	-0.10751	-1.56602	0.05867	0.11429	0.05561
5	-0.09957	-1.47472	0.07014	0.14286	0.07271
6	-0.06198	-1.04213	0. 14868	0.17143	0.0275
7	-0.06042	-1.02420	0.15287	0.20000	0.04713
8	-0.05057	-0.91084	0.18119	0.22857	0.04738
9	-0.03581	-0.74100	0.22935	0.25714	0.02780
10	-0.03089	-0.68437	0.24687	0.28571	0.03884
11	-0.02473	-0.61357	0.26975	0.31429	0.04454
12	-0.01607	-0.51389	0.30366	0.34286	0.03919
13	-0.00138	-0.34491	0.36508	0.37143	0.00635
14	0.00060	-0.32208	0.37370	0.40000	0.02630
15	0.00483	-0.27335	0.39229	0.42857	0.03628
16	0.01076	-0.20522	0.41870	0.45714	0.03844
17	0.03386	0.06067	0.52419	0.48571	0.03847
18	0.03697	0.09640	0.53840	0.51429	0.02411
19	0.04895	0.23428	0.59262	0.54286	0.02411
20	0.05704	0.32737	0.62830	0.57143	0.05688
21	0.06441	0.41209	0.65986	0.60000	0.05986
22	0.06825	0.45632	0.67592	0.62857	0.04735
23	0.06987	0.47497	0.68260	0.65714	0.02545

LAMPIRAN D (LANJUTAN)

No	r_t	**Z**	F_t	F_s	$\|F_s - F_t\|$
24	0.07406	0.52316	0.69957	0.68571	0.01385
25	0.09505	0.76465	0.77776	0.71429	0.06348
26	0.10429	0.87101	0.80813	0.74286	0.06527
27	0.10864	0.92112	0.82151	0.77143	0.05008
28	0.10975	0.93386	0.82481	0.80000	0.02481
29	0.11530	0.99770	0.84079	0.82857	0.01222
30	0.12310	1.08749	0.86159	0.85714	0.00445
31	0.12762	1.13944	0.87274	0.88571	0.01297
32	0.13484	1.22250	0.88924	0.91429	0.02504
33	0.14326	1.31946	0.90649	0.94286	0.03637
34	0.14982	1.39496	0.91849	0.97143	0.05294
35	0.17188	1.64873	0.95040	1.00000	0.04960

LAMPIRAN E
Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Nilai Hutang dan Ekuitas Perusahaan Tahun 2018

No	Volatilitas (σ)	Nilai Ekuitas	Nilai Hutang
1	0.005	Rp7,433,869	Rp12,807,944
2	0.01	Rp7,433,869	Rp12,807,944
3	0.015	Rp7,433,869	Rp12,807,944
4	0.02	Rp7,433,869	Rp12,807,944
5	0.025	Rp7,433,869	Rp12,807,944
6	0.03	Rp7,433,869	Rp12,807,944
7	0.035	Rp7,433,869	Rp12,807,944
8	0.04	Rp7,433,869	Rp12,807,944
9	0.045	Rp7,433,869	Rp12,807,944
10	0.05	Rp7,433,869	Rp12,807,944
11	0.055	Rp7,433,869	Rp12,807,944
12	0.06	Rp7,433,869	Rp12,807,944
13	0.065	Rp7,433,869	Rp12,807,944
14	0.07	Rp7,433,869	Rp12,807,944
15	0.075	Rp7,433,869	Rp12,807,944
16	0.08	Rp7,433,869	Rp12,807,944
17	0.085	Rp7,433,869	Rp12,807,944
18	0.09	Rp7,433,869	Rp12,807,944
19	0.095	Rp7,433,869	Rp12,807,944
20	0.1	Rp7,433,870	Rp12,807,943
21	0.105	Rp7,433,871	Rp12,807,942
22	0.11	Rp7,433,875	Rp12,807,938

LAMPIRAN E (LANJUTAN)
Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Nilai Hutang dan Ekuitas Perusahaan Tahun 2018

No	Volatilitas (σ)	Nilai Ekuitas	Nilai Hutang
23	0.115	Rp7,433,883	Rp12,807,930
24	0.12	Rp7,433,900	Rp12,807,913
25	0.125	Rp7,433,930	Rp12,807,883
26	0.13	Rp7,433,981	Rp12,807,832
27	0.135	Rp7,434,064	Rp12,807,749
28	0.14	Rp7,434,191	Rp12,807,622
29	0.145	Rp7,434,376	Rp12,807,437
30	0.15	Rp7,434,636	Rp12,807,177
31	0.155	Rp7,434,992	Rp12,806,821
32	0.16	Rp7,435,462	Rp12,806,351
33	0.165	Rp7,436,069	Rp12,805,744
34	0.17	Rp7,436,836	Rp12,804,977
35	0.175	Rp7,437,784	Rp12,804,029
36	0.18	Rp7,438,937	Rp12,802,876
37	0.185	Rp7,440,315	Rp12,801,498
38	0.19	Rp7,441,942	Rp12,799,871
39	0.195	Rp7,443,836	Rp12,797,977
40	0.2	Rp7,446,017	Rp12,795,796
41	0.205	Rp7,448,502	Rp12,793,311
42	0.21	Rp7,451,308	Rp12,790,505
43	0.215	Rp7,454,448	Rp12,787,365
44	0.22	Rp7,457,937	Rp12,783,876
45	0.225	Rp7,461,786	Rp12,780,027
46	0.23	Rp7,466,004	Rp12,775,809
47	0.235	Rp7,470,600	Rp12,771,213
48	0.24	Rp7,475,580	Rp12,766,233

LAMPIRAN E (LANJUTAN)
Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Nilai Hutang dan Ekuitas Perusahaan Tahun 2018

No	Volatilitas (σ)	Nilai Ekuitas	Nilai Hutang
49	0.245	Rp7,480,951	Rp12,760,862
50	0.25	Rp7,486,717	Rp12,755,096

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN F
Pengaruh Tingkat Suku Bunga terhadap Nilai Hutang dan Ekuitas Perusahaan Tahun 2018

No	Suku Bunga (r)	Nilai Ekuitas	Nilai Hutang
1	0.001	Rp7,025,742	Rp13,216,071
2	0.002	Rp7,038,951	Rp13,202,862
3	0.003	Rp7,052,148	Rp13,189,665
4	0.004	Rp7,065,331	Rp13,176,482
5	0.005	Rp7,078,500	Rp13,163,313
6	0.006	Rp7,091,657	Rp13,150,156
7	0.007	Rp7,104,801	Rp13,137,012
8	0.008	Rp7,117,931	Rp13,123,882
9	0.009	Rp7,131,049	Rp13,110,764
10	0.01	Rp7,144,153	Rp13,097,660
11	0.011	Rp7,157,244	Rp13,084,569
12	0.012	Rp7,170,322	Rp13,071,491
13	0.013	Rp7,183,387	Rp13,058,426
14	0.014	Rp7,196,439	Rp13,045,374
15	0.015	Rp7,209,478	Rp13,032,335
16	0.016	Rp7,222,503	Rp13,019,310
17	0.017	Rp7,235,516	Rp13,006,297
18	0.018	Rp7,248,516	Rp12,993,297
19	0.019	Rp7,261,503	Rp12,980,310
20	0.02	Rp7,274,477	Rp12,967,336
21	0.021	Rp7,287,437	Rp12,954,376
22	0.022	Rp7,300,385	Rp12,941,428

LAMPIRAN F (LANJUTAN)
Pengaruh Tingkat Suku Bunga terhadap Nilai Hutang dan Ekuitas Perusahaan Tahun 2018

No	Suku Bunga (r)	Nilai Ekuitas	Nilai Hutang
23	0.023	Rp7,313,320	Rp12,928,493
24	0.024	Rp7,326,242	Rp12,915,571
25	0.025	Rp7,339,151	Rp12,902,662
26	0.026	Rp7,352,048	Rp12,889,765
27	0.027	Rp7,364,931	Rp12,876,882
28	0.028	Rp7,377,801	Rp12,864,012
29	0.029	Rp7,390,659	Rp12,851,154
30	0.03	Rp7,403,504	Rp12,838,309
31	0.031	Rp7,416,336	Rp12,825,477
32	0.032	Rp7,429,155	Rp12,812,658
33	0.033	Rp7,441,961	Rp12,799,852
34	0.034	Rp7,454,754	Rp12,787,059
35	0.035	Rp7,467,535	Rp12,774,278
36	0.036	Rp7,480,303	Rp12,761,510
37	0.037	Rp7,493,058	Rp12,748,755
38	0.038	Rp7,505,800	Rp12,736,013
39	0.039	Rp7,518,530	Rp12,723,283
40	0.04	Rp7,531,247	Rp12,710,566
41	0.041	Rp7,543,951	Rp12,697,862
42	0.042	Rp7,556,643	Rp12,685,170
43	0.043	Rp7,569,322	Rp12,672,491
44	0.044	Rp7,581,988	Rp12,659,825
45	0.045	Rp7,594,641	Rp12,647,172
46	0.046	Rp7,607,282	Rp12,634,531
47	0.047	Rp7,619,910	Rp12,621,903
48	0.048	Rp7,632,526	Rp12,609,287

LAMPIRAN F (LANJUTAN)
Pengaruh Tingkat Suku Bunga terhadap Nilai Hutang dan Ekuitas Perusahaan Tahun 2018

No	Suku Bunga (r)	Nilai Ekuitas	Nilai Hutang
49	0.049	Rp7,645,129	Rp12,596,684
50	0.05	Rp7,657,719	Rp12,584,094
51	0.051	Rp7,670,297	Rp12,571,516
52	0.052	Rp7,682,862	Rp12,558,951
53	0.053	Rp7,695,415	Rp12,546,398
54	0.054	Rp7,707,955	Rp12,533,858
55	0.055	Rp7,720,483	Rp12,521,330
56	0.056	Rp7,732,998	Rp12,508,815
57	0.057	Rp7,745,500	Rp12,496,313
58	0.058	Rp7,757,990	Rp12,483,823
59	0.059	Rp7,770,468	Rp12,471,345
60	0.06	Rp7,782,933	Rp12,458,880
61	0.061	Rp7,795,386	Rp12,446,427
62	0.062	Rp7,807,826	Rp12,433,987
63	0.063	Rp7,820,254	Rp12,421,559
64	0.064	Rp7,832,669	Rp12,409,144
65	0.065	Rp7,845,072	Rp12,396,741

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN G
Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Premi Risiko Perusahaan Tahun 2018

No	Volatilitas (σ)	Premi Risiko	No	Volatilitas (σ)	Premi Risiko
1	0.005	0.00000	22	0.11	0.00000
2	0.01	0.00000	23	0.115	0.00000
3	0.015	0.00000	24	0.12	0.00000
4	0.02	0.00000	25	0.125	0.00000
5	0.025	0.00000	26	0.13	0.00001
6	0.03	0.00000	27	0.135	0.00002
7	0.035	0.00000	28	0.14	0.00003
8	0.04	0.00000	29	0.145	0.00004
9	0.045	0.00000	30	0.15	0.00006
10	0.05	0.00000	31	0.155	0.00009
11	0.055	0.00000	32	0.16	0.00012
12	0.06	0.00000	33	0.165	0.00017
13	0.065	0.00000	34	0.17	0.00023
14	0.07	0.00000	35	0.175	0.00031
15	0.075	0.00000	36	0.18	0.00040
16	0.08	0.00000	37	0.185	0.00050
17	0.085	0.00000	38	0.19	0.00063
18	0.09	0.00000	39	0.195	0.00078
19	0.095	0.00000	40	0.2	0.00095
20	0.1	0.00000	41	0.205	0.00114
21	0.105	0.00000	42	0.21	0.00136

LAMPIRAN G (LANJUTAN)
Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Premi Risiko Perusahaan Tahun 2018

No	Volatilitas (σ)	Premi Risiko	No	Volatilitas (σ)	Premi Risiko
43	0.215	0.00161	47	0.235	0.00287
44	0.22	0.00188	48	0.24	0.00326
45	0.225	0.00218	49	0.245	0.00368
46	0.23	0.00251	50	0.25	0.00413

LAMPIRAN H
Pengaruh Nilai Aset Perusahaan terhadap Premi Risiko Perusahaan Tahun 2018

No	Aset Perusahaan	Premi Risiko	No	Aset Perusahaan	Premi Risiko
1	Rp100,000	4.78502	22	Rp2,200,000	1.69398
2	Rp200,000	4.09187	23	Rp2,300,000	1.64952
3	Rp300,000	3.68641	24	Rp2,400,000	1.60696
4	Rp400,000	3.39872	25	Rp2,500,000	1.56614
5	Rp500,000	3.17558	26	Rp2,600,000	1.52692
6	Rp600,000	2.99326	27	Rp2,700,000	1.48918
7	Rp700,000	2.83911	28	Rp2,800,000	1.45281
8	Rp800,000	2.70558	29	Rp2,900,000	1.41772
9	Rp900,000	2.58779	30	Rp3,000,000	1.38382
10	Rp1,000,000	2.48243	31	Rp3,100,000	1.35103
11	Rp1,100,000	2.38712	32	Rp3,200,000	1.31928
12	Rp1,200,000	2.30011	33	Rp3,300,000	1.28851
13	Rp1,300,000	2.22007	34	Rp3,400,000	1.25866
14	Rp1,400,000	2.14596	35	Rp3,500,000	1.22967
15	Rp1,500,000	2.07697	36	Rp3,600,000	1.20150
16	Rp1,600,000	2.01243	37	Rp3,700,000	1.17410
17	Rp1,700,000	1.95181	38	Rp3,800,000	1.14743
18	Rp1,800,000	1.89465	39	Rp3,900,000	1.12146
19	Rp1,900,000	1.84058	40	Rp4,000,000	1.09614
20	Rp2,000,000	1.78929	41	Rp4,100,000	1.07145
21	Rp2,100,000	1.74050	42	Rp4,200,000	1.04735

LAMPIRAN H (LANJUTAN)
Pengaruh Nilai Aset Perusahaan terhadap Premi Risiko Perusahaan Tahun 2018

No	Aset Perusahaan	Premi Risiko	No	Aset Perusahaan	Premi Risiko
43	Rp4,300,000	1.02382	68	Rp6,800,000	0.56551
44	Rp4,400,000	1.00083	69	Rp6,900,000	0.55091
45	Rp4,500,000	0.97836	70	Rp7,000,000	0.53652
46	Rp4,600,000	0.95638	71	Rp7,100,000	0.52234
47	Rp4,700,000	0.93487	72	Rp7,200,000	0.50835
48	Rp4,800,000	0.91382	73	Rp7,300,000	0.49456
49	Rp4,900,000	0.89320	74	Rp7,400,000	0.48095
50	Rp5,000,000	0.87300	75	Rp7,500,000	0.46753
51	Rp5,100,000	0.85319	76	Rp7,600,000	0.45429
52	Rp5,200,000	0.83377	77	Rp7,700,000	0.44121
53	Rp5,300,000	0.81473	78	Rp7,800,000	0.42831
54	Rp5,400,000	0.79603	79	Rp7,900,000	0.41557
55	Rp5,500,000	0.77769	80	Rp8,000,000	0.40299
56	Rp5,600,000	0.75967	81	Rp8,100,000	0.39057
57	Rp5,700,000	0.74197	82	Rp8,200,000	0.37830
58	Rp5,800,000	0.72458	83	Rp8,300,000	0.36618
59	Rp5,900,000	0.70748	84	Rp8,400,000	0.35420
60	Rp6,000,000	0.69067	85	Rp8,500,000	0.34237
61	Rp6,100,000	0.67414	86	Rp8,600,000	0.33067
62	Rp6,200,000	0.65788	87	Rp8,700,000	0.31911
63	Rp6,300,000	0.64188	88	Rp8,800,000	0.30769
64	Rp6,400,000	0.62614	89	Rp8,900,000	0.29639
65	Rp6,500,000	0.61063	90	Rp9,000,000	0.28522
66	Rp6,600,000	0.59536	91	Rp9,100,000	0.27418
67	Rp6,700,000	0.58033	92	Rp9,200,000	0.26326

LAMPIRAN H (LANJUTAN)
Pengaruh Nilai Aset Perusahaan terhadap Premi Risiko Perusahaan Tahun 2018

No	Aset Perusahaan	Premi Risiko	No	Aset Perusahaan	Premi Risiko
93	Rp9,300,000	0.25247	97	Rp9,700,000	0.21055
94	Rp9,400,000	0.24180	98	Rp9,800,000	0.20040
95	Rp9,500,000	0.23126	99	Rp9,900,000	0.19039
96	Rp9,600,000	0.22084	100	Rp10,000,000	0.18052

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN I
Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Peluang Kebangkrutan

No	Volatilitas (σ)	Peluang	No	Volatilitas (σ)	Peluang
1	0.005	0.000000	22	0.11	0.000020
2	0.01	0.000000	23	0.115	0.000044
3	0.015	0.000000	24	0.12	0.000087
4	0.02	0.000000	25	0.125	0.000160
5	0.025	0.000000	26	0.13	0.000274
6	0.03	0.000000	27	0.135	0.000446
7	0.035	0.000000	28	0.14	0.000689
8	0.04	0.000000	29	0.145	0.001021
9	0.045	0.000000	30	0.15	0.001459
10	0.05	0.000000	31	0.155	0.002018
11	0.055	0.000000	32	0.16	0.002714
12	0.06	0.000000	33	0.165	0.003558
13	0.065	0.000000	34	0.17	0.004563
14	0.07	0.000000	35	0.175	0.005738
15	0.075	0.000000	36	0.18	0.007090
16	0.08	0.000000	37	0.185	0.008622
17	0.085	0.000000	38	0.19	0.010337
18	0.09	0.000000	39	0.195	0.012237
19	0.095	0.000001	40	0.2	0.014319
20	0.1	0.000003	41	0.205	0.016581
21	0.105	0.000008	42	0.21	0.019019

LAMPIRAN I (LANJUTAN) Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Peluang Kebangkrutan

No	Volatilitas (σ)	Peluang	No	Volatilitas (σ)	Peluang
43	0.215	0.021626	47	0.235	0.033618
44	0.22	0.024397	48	0.24	0.036967
45	0.225	0.027325	49	0.245	0.040440
46	0.23	0.030401	50	0.25	0.044028

LAMPIRAN J
Pengaruh Nilai Aset Perusahaan terhadap Peluang Kebangkrutan

No	Aset Perusahaan	Peluang	No	Aset Perusahaan	Peluang
1	Rp100,000	1	22	Rp2,200,000	1
2	Rp200,000	1	23	Rp2,300,000	1
3	Rp300,000	1	24	Rp2,400,000	1
4	Rp400,000	1	25	Rp2,500,000	1
5	Rp500,000	1	26	Rp2,600,000	1
6	Rp600,000	1	27	Rp2,700,000	1
7	Rp700,000	1	28	Rp2,800,000	1
8	Rp800,000	1	29	Rp2,900,000	1
9	Rp900,000	1	30	Rp3,000,000	1
10	Rp1,000,000	1	31	Rp3,100,000	1
11	Rp1,100,000	1	32	Rp3,200,000	1
12	Rp1,200,000	1	33	Rp3,300,000	1
13	Rp1,300,000	1	34	Rp3,400,000	1
14	Rp1,400,000	1	35	Rp3,500,000	1
15	Rp1,500,000	1	36	Rp3,600,000	1
16	Rp1,600,000	1	37	Rp3,700,000	1
17	Rp1,700,000	1	38	Rp3,800,000	1
18	Rp1,800,000	1	39	Rp3,900,000	1
19	Rp1,900,000	1	40	Rp4,000,000	1
20	Rp2,000,000	1	41	Rp4,100,000	1
21	Rp2,100,000	1	42	Rp4,200,000	1

LAMPIRAN J (LANJUTAN) Pengaruh Nilai Aset Perusahaan terhadap Peluang Kebangkrutan

No	Aset Perusahaan	Peluang	No	Aset Perusahaan	Peluang
43	Rp4,300,000	1	68	Rp6,800,000	1
44	Rp4,400,000	1	69	Rp6,900,000	1
45	Rp4,500,000	1	70	Rp7,000,000	1
46	Rp4,600,000	1	71	Rp7,100,000	0.99999
47	Rp4,700,000	1	72	Rp7,200,000	0.99999
48	Rp4,800,000	1	73	Rp7,300,000	0.99999
49	Rp4,900,000	1	74	Rp7,400,000	0.99999
50	Rp5,000,000	1	75	Rp7,500,000	0.99999
51	Rp5,100,000	1	76	Rp7,600,000	0.99999
52	Rp5,200,000	1	77	Rp7,700,000	0.99999
53	Rp5,300,000	1	78	Rp7,800,000	0.99999
54	Rp5,400,000	1	79	Rp7,900,000	0.99999
55	Rp5,500,000	1	80	Rp8,000,000	0.99999
56	Rp5,600,000	1	81	Rp8,100,000	0.99999
57	Rp5,700,000	1	82	Rp8,200,000	0.99999
58	Rp5,800,000	1	83	Rp8,300,000	0.99999
59	Rp5,900,000	1	84	Rp8,400,000	0.99998
60	Rp6,000,000	1	85	Rp8,500,000	0.99997
61	Rp6,100,000	1	86	Rp8,600,000	0.99994
62	Rp6,200,000	1	87	Rp8,700,000	0.99990
63	Rp6,300,000	1	88	Rp8,800,000	0.99983
64	Rp6,400,000	1	89	Rp8,900,000	0.99972
65	Rp6,500,000	1	90	Rp9,000,000	0.99956
66	Rp6,600,000	1	91	Rp9,100,000	0.99931
67	Rp6,700,000	1	92	Rp9,200,000	0.99894

LAMPIRAN J (LANJUTAN) Pengaruh Nilai Aset Perusahaan terhadap Peluang Kebangkrutan

No	Aset Perusahaan	Peluang	No	Aset Perusahaan	Peluang
93	Rp9,300,000	0.99840	97	Rp9,700,000	0.99312
94	Rp9,400,000	0.99763	98	Rp9,800,000	0.99049
95	Rp9,500,000	0.99657	99	Rp9,900,000	0.98708
96	Rp9,600,000	0.99510	100	Rp10,000,000	0.98269

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN K
Listing Program Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Nilai Ekuitas Perusahaan

```
clc;
clear all;
%f adalah nilai ekuitas perusahaan
%F adalah nilai hutang perusahaan
%V0 adalah nilai atau aset perusahaan pada saat t = 0
%B adalah Jumalah hutang yang akan dibayarkan pada saat jatuh tempo
%N(d1) dan N(d2) adalah distribusi normal komulatif
%r adalah risk free interest rate
%T adalah jatuh tempo

%inisialisasi
A    = 20241813;
B    = 13229294;
T    = 1;
t    = 0;
tau = T-t;
r   = 0.032368;

for i = 1:50
    sigma(i) = i/200
    d1(i) = (log(A/B)+(r+0.5*(sigma(i)^2))*tau)/(sigma(i)*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma(i)*(tau^0.5)

    E(i)  = A*normcdf(d1(i))-B*exp(-r*tau)*normcdf(d2(i))

end

plot(sigma,E,'b', 'LineWidth' ,2)
xlabel ('Volatilitas')
ylabel ('Nilai Pasar Ekuitas')
legend ('Nilai Pasar Ekuitas')
grid on
```

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN L
Listing Program Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Nilai Hutang Perusahaan

```
clc;
clear all;
%f adalah nilai ekuitas perusahaan
%F adalah nilai hutang perusahaan
%V0 adalah nilai atau aset perusahaan pada saat t = 0
%B adalah Jumalah hutang yang akan dibayarkan pada saat jatuh tempo
%N(d1) dan N(d2) adalah distribusi normal komulatif
%r adalah risk free interest rate
%T adalah jatuh tempo

%inisialisasi
A    = 20241813;
B    = 13229294;
T    = 1;
t    = 0;
tau = T-t;
r   = 0.032368;

for i = 1:50
    sigma(i)  = i/200
    d1(i)  = (log(A/B)+(r+0.5*(sigma(i)^2))*tau)/(sigma(i)*(tau^0.5))
    d2(i)  = d1(i)-sigma(i)*(tau^0.5)

    D(i)   = A*normcdf(-d1(i))+B*exp(-r)*normcdf(d2(i))
end

plot(sigma,D,'r', 'LineWidth', 2)
xlabel ('Volatilitas')
ylabel ('Nilai Pasar Hutang')
legend ('Nilai Pasar Hutang')
grid on
```

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN M
Listing Program Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Nilai Ekuitas Perusahaan Tahun 2009-2018

```
dataplotAset = xlsread('DataHutangAset.xlsx', 'Sheet1', 'B1:B37')
dataplotHutang = xlsread('DataHutangAset.xlsx', 'Sheet2', 'B1:B37')


Aset = dataplotAset(:,:)
Hutang = dataplotHutang(:,:)
T   = 1;
t   = 0;
tau = T-t;
r  = 0.032368;
sigma1 = 0.05;
sigma2 = 0.1;
sigma3 = 0.2;
sigma4 = 0.25;

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma1^2))*tau)/(sigma1*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma1*(tau^0.5)

    E1(i)  = A(i)*normcdf(d1(i))-H(i)*exp(-r*tau)*normcdf(d2(i))
end

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma2^2))*tau)/(sigma2*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma2*(tau^0.5)

    E2(i)  = A(i)*normcdf(d1(i))-H(i)*exp(-r*tau)*normcdf(d2(i))
end
```

LAMPIRAN M (LANJUTAN)
Listing Program Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Nilai Ekuitas Perusahaan Tahun 2009-2018

```
for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma3^2))*tau)/(sigma3*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma3*(tau^0.5)

    E3(i)  = A(i)*normcdf(d1(i))-H(i)*exp(-r*tau)*normcdf(d2(i))
end

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma4^2))*tau)/(sigma4*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma4*(tau^0.5)

    E4(i)  = A(i)*normcdf(d1(i))-H(i)*exp(-r*tau)*normcdf(d2(i))
end

hold on
plot(Waktu,E1,'k', 'LineWidth' ,2)
plot(Waktu,E2, 'r', 'LineWidth',2)
plot(Waktu,E3, 'g', 'LineWidth',2)
plot(Waktu,E4, 'm', 'LineWidth',2)
hold off
xlabel ('Waktu(Triwulan)')
ylabel ('Nilai Pasar Ekuitas')
legend ('Volatilitas(0.05)','Volatilitas(0.1)', 'Volatilitas(0.2)', 'Volatilitas(0.25)')
grid on
```

LAMPIRAN N
Listing Program Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Nilai Hutang Perusahaan Tahun 2009-2018

```
dataplotAset = xlsread('DataHutangAset.xlsx', 'Sheet1', 'B1:B37')
dataplotHutang = xlsread('DataHutangAset.xlsx', 'Sheet2', 'B1:B37')


Aset = dataplotAset(:,:)
Hutang = dataplotHutang(:,:)
T   = 1;
t   = 0;
tau = T-t;
r  = 0.032368;
sigma1 = 0.05;
sigma2 = 0.1;
sigma3 = 0.2;
sigma4 = 0.25;

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma1^2))*tau)/(sigma1*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma1*(tau^0.5)

    D1(i)  = A(i)*normcdf(-d1(i))+H(i)*exp(-r)*normcdf(d2(i))
end

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma2^2))*tau)/(sigma2*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma2*(tau^0.5)

    D2(i)  = A(i)*normcdf(-d1(i))+H(i)*exp(-r)*normcdf(d2(i))
end
```

LAMPIRAN N (LANJUTAN)
Listing Program Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Nilai Hutang Perusahaan Tahun 2009-2018

```
for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma3^2))*tau)/(sigma3*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma3*(tau^0.5)

    D3(i)  = A(i)*normcdf(-d1(i))+H(i)*exp(-r)*normcdf(d2(i))
end

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma4^2))*tau)/(sigma4*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma4*(tau^0.5)

    D4(i)  = A(i)*normcdf(-d1(i))+H(i)*exp(-r)*normcdf(d2(i))
end

hold on
plot(Waktu,D1,'k', 'LineWidth' ,2)
plot(Waktu,D2, 'r', 'LineWidth',2)
plot(Waktu,D3, 'g', 'LineWidth',2)
plot(Waktu,D4, 'm', 'LineWidth',2)
hold off
xlabel ('Waktu(Triwulan)')
ylabel ('Nilai Pasar Hutang')
legend ('Volatilitas(0.05)','Volatilitas(0.1)', 'Volatilitas(0.2)', 'Volatilitas(0.25)')
grid on
```

LAMPIRAN O
Listing Program Pengaruh Tingkat Suku Bunga terhadap Nilai Ekuitas Perusahaan

```
clc;
clear all;
%f adalah nilai ekuitas perusahaan
%F adalah nilai hutang perusahaan
%V0 adalah nilai atau aset perusahaan pada saat t = 0
%B adalah Jumalah hutang yang akan dibayarkan pada saat jatuh tempo
%N(d1) dan N(d2) adalah distribusi normal komulatif
%r adalah risk free interest rate
%T adalah jatuh tempo

%inisialisasi
A   = 20241813;
B   = 13229294;
T   = 1;
t   = 0;
tau = T-t;
sigma  = 0.086908;

for i = 1:65
    r(i) = i/1000
    d1(i) = (log(A/B)+(r(i)+0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma*(tau^0.5)

    E(i)  = A*normcdf(d1(i))-B*exp(-r(i)*tau)*normcdf(d2(i))

end

plot(r,E,'b', 'LineWidth', 2)
xlabel ('Suku Bunga')
ylabel ('Nilai Pasar Ekuitas')
legend ('Nilai Pasar Ekuitas')
grid on
```

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN P
Listing Program Pengaruh Tingkat Suku Bunga terhadap Nilai Hutang Perusahaan

```
clc;
clear all;
%f adalah nilai ekuitas perusahaan
%F adalah nilai hutang perusahaan
%V0 adalah nilai atau aset perusahaan pada saat t = 0
%B adalah Jumalah hutang yang akan dibayarkan pada saat jatuh tempo
%N(d1) dan N(d2) adalah distribusi normal komulatif
%r adalah risk free interest rate
%T adalah jatuh tempo

%inisialisasi
A    = 20241813;
B    = 13229294;
T    = 1;
t    = 0;
tau = T-t;
sigma   = 0.086908;

for i = 1:65
    r(i) = i/1000
    d1(i) = (log(A/B)+(r(i)+0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma*(tau^0.5)

    D(i)   = A*normcdf(-d1(i))+B*exp(-r(i)*tau)*normcdf(d2(i))

end

plot(r,D,'R', 'LineWidth', 2)
xlabel ('Suku Bunga')
ylabel ('Nilai Pasar Hutang')
legend ('Nilai Pasar Hutang')
grid on
```

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN Q
Listing Program Pengaruh Tingkat Suku Bunga terhadap Nilai Ekuitas Perusahaan Tahun 2009-2018

```
dataplotAset = xlsread('DataHutangAset.xlsx', 'Sheet1', 'B1:B37')
dataplotHutang = xlsread('DataHutangAset.xlsx', 'Sheet2', 'B1:B37')


Aset = dataplotAset(:,:)
Hutang = dataplotHutang(:,:)
T   = 1;
t   = 0;
tau = T-t;
sigma  = 0.086908;
r1 = 0.015;
r2 = 0.03;
r3 = 0.045;
r4 = 0.065;

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r1+0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma*(tau^0.5)

    E1(i)  = A(i)*normcdf(d1(i))-H(i)*exp(-r1*tau)*normcdf(d2(i))
end

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r2+0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma*(tau^0.5)

    E2(i)  = A(i)*normcdf(d1(i))-H(i)*exp(-r2*tau)*normcdf(d2(i))
end
```

LAMPIRAN Q (LANJUTAN)
Listing Program Pengaruh Tingkat Suku Bunga terhadap Nilai Ekuitas Perusahaan Tahun 2009-2018

```
for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r3+0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma3*(tau^0.5)

    E3(i)  = A(i)*normcdf(d1(i))-H(i)*exp(-r3*tau)*normcdf(d2(i))
end

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r4+0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma*(tau^0.5)

    E4(i)  = A(i)*normcdf(d1(i))-H(i)*exp(-r4*tau)*normcdf(d2(i))
end

hold on
plot(Waktu,E1,'k', 'LineWidth' ,2)
plot(Waktu,E2, 'r', 'LineWidth',2)
plot(Waktu,E3, 'g', 'LineWidth',2)
plot(Waktu,E4, 'm', 'LineWidth',2)
hold off
xlabel ('Waktu(Triwulan)')
ylabel ('Nilai Pasar Ekuitas')
legend ('SukuBunga(0.015)','SukuBunga(0.03)', 'SukuBunga(0.045)', 'SukuBunga(0.065)')
grid on
```

LAMPIRAN R
Listing Program Pengaruh Tingkat Suku Bunga terhadap Nilai Hutang Perusahaan Tahun 2009-2018

```
dataplotAset = xlsread('DataHutangAset.xlsx', 'Sheet1', 'B1:B37')
dataplotHutang = xlsread('DataHutangAset.xlsx', 'Sheet2', 'B1:B37')


Aset = dataplotAset(:,:)
Hutang = dataplotHutang(:,:)
T   = 1;
t   = 0;
tau = T-t;
sigma  = 0.086908;
r1 = 0.015;
r2 = 0.03;
r3 = 0.045;
r4 = 0.065;

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r1+0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma*(tau^0.5)

    D1(i)  = A(i)*normcdf(-d1(i))+H(i)*exp(-r1)*normcdf(d2(i))
end

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r2+0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma*(tau^0.5)

    D2(i)  = A(i)*normcdf(-d1(i))+H(i)*exp(-r2)*normcdf(d2(i))
end
```

LAMPIRAN R (LANJUTAN)
Listing Program Pengaruh Tingkat Suku Bunga terhadap Nilai Ekuitas Perusahaan Tahun 2009-2018

```
for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r3+0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma*(tau^0.5)

    D3(i)  = A(i)*normcdf(-d1(i))+H(i)*exp(-r3)*normcdf(d2(i))
end

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r4+0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma*(tau^0.5)

    D4(i)  = A(i)*normcdf(-d1(i))+H(i)*exp(-r4)*normcdf(d2(i))
end

hold on
plot(Waktu,D1,'k', 'LineWidth' ,2)
plot(Waktu,D2, 'r', 'LineWidth',2)
plot(Waktu,D3, 'g', 'LineWidth',2)
plot(Waktu,D4, 'm', 'LineWidth',2)
hold off
xlabel ('Waktu(Triwulan)')
ylabel ('Nilai Pasar Hutang')
legend ('SukuBunga(0.015)','SukuBunga(0.03)', 'SukuBunga(0.045)', 'SukuBunga(0.065)')
grid on
```

LAMPIRAN S
Listing Program Pengaruh Nilai Aset terhadap Risiko Perusahaan

```
clc;
clear all;
%f adalah nilai ekuitas perusahaan
%F adalah nilai hutang perusahaan
%V0 adalah nilai atau aset perusahaan pada saat t = 0
%B adalah Jumalah hutang yang akan dibayarkan pada saat jatuh tempo
%N(d1) dan N(d2) adalah distribusi normal komulatif
%r adalah risk free interest rate
%T adalah jatuh tempo

%inisialisasi
sigma  = 0.086908;
B    = 13229294;
T    = 1;
t    = 0;
tau = T-t;
r   = 0.032368;

for i = 1:100
    A(i) = i*100000
    d1(i) = (log(A(i)/B)+(r+0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma*(tau^0.5)
    s(i)  = -log(A(i)/(B*exp(-r*1))*normcdf(-d1(i))+normcdf(d2(i)))
end

plot(A,s,'r', 'LineWidth', 2)
xlabel ('Nilai Aset')
ylabel ('Premi Risiko')
legend ('Premi Risiko')
grid on
```

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN T
Listing Program Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Risiko Perusahaan

```
clc;
clear all;
%f adalah nilai ekuitas perusahaan
%F adalah nilai hutang perusahaan
%V0 adalah nilai atau aset perusahaan pada saat t = 0
%B adalah Jumalah hutang yang akan dibayarkan pada saat jatuh tempo
%N(d1) dan N(d2) adalah distribusi normal komulatif
%r adalah risk free interest rate
%T adalah jatuh tempo

%inisialisasi
A    = 20241813;
B    = 13229294;
T    = 1;
t    = 0;
tau = T-t;
r   = 0.032368;

for i = 1:50
    sigma(i) = i/200
    d1(i) = (log(A/B)+(r+0.5*(sigma(i)^2))*tau)/(sigma(i)*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma(i)*(tau^0.5)
    s(i)  = -log(A/(B*exp(-r*1))*normcdf(-d1(i))+normcdf(d2(i)))
end

plot(sigma, s, 'm', 'LineWidth',2)
xlabel ('Volatilitas')
ylabel ('Premi Risiko')
legend ('Premi Risiko')
grid on
```

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN U
Listing Program Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Risiko Perusahaan Tahun 2009-2018

```
dataplotAset = xlsread('DataHutangAset.xlsx', 'Sheet1', 'B1:B37')
dataplotHutang = xlsread('DataHutangAset.xlsx', 'Sheet2', 'B1:B37')


Aset = dataplotAset(:,:)
Hutang = dataplotHutang(:,:)
T   = 1;
t   = 0;
tau = T-t;
r  = 0.032368;
sigma1 = 0.05;
sigma2 = 0.1;
sigma3 = 0.2;
sigma4 = 0.25;

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma1^2))*tau)/(sigma1*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma1*(tau^0.5)

    s1(i)  = -log(A(i)/(H(i)*exp(-r*1))*normcdf(-d1(i))+normcdf(d2(i)))
end

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma2^2))*tau)/(sigma2*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma2*(tau^0.5)

    s2(i)  = -log(A(i)/(H(i)*exp(-r*1))*normcdf(-d1(i))+normcdf(d2(i)))
end
```

LAMPIRAN U (LANJUTAN)
Listing Program Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Risiko Perusahaan Perusahaan Tahun 2009-2018

```
for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma3^2))*tau)/(sigma3*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma3*(tau^0.5)

   s3(i)  = -log(A(i)/(H(i)*exp(-r*1))*normcdf(-d1(i))+normcdf(d2(i)))
end

for i = 1:36
    Waktu(i) = i
    A(i) = Aset(i)
    H (i)= Hutang (i)
    d1(i) = (log(A(i)/H(i))+(r+0.5*(sigma4^2))*tau)/(sigma4*(tau^0.5))
    d2(i) = d1(i)-sigma4*(tau^0.5)

    s4(i)  = -log(A(i)/(H(i)*exp(-r*1))*normcdf(-d1(i))+normcdf(d2(i)))
end

hold on
plot(Waktu,s1,'k', 'LineWidth' ,2)
plot(Waktu,s2, 'r', 'LineWidth',2)
plot(Waktu,s3, 'g', 'LineWidth',2)
plot(Waktu,s4, 'm', 'LineWidth',2)
hold off
xlabel ('Waktu(Triwulan)')
ylabel ('Premi Risiko')
legend ('Volatilitas(0.05)','Volatilitas(0.1)', 'Volatilitas(0.2)', 'Volatilitas(0.25)')
grid on
```

LAMPIRAN V
Listing Program Pengaruh Nilai Volatilitas terhadap Peluang Kebangkrutan Perusahaan

```
A    = 20241813;
B    = 13229294;
T    = 1;
t    = 0;
tau = T-t;
r   = 0.032368;

for i = 1:50
    sigma(i) = i/200
    d2(i) = (log(A/B)+(r-0.5*(sigma(i)^2))*tau)/(sigma(i)*(tau^0.5))
    P(i)  = normcdf(-d2(i))

end

plot(sigma,P,'b', 'LineWidth' ,2)
xlabel ('Volatilitas')
ylabel ('Peluang Kebangkrutan')
legend ('Peluang Kebangkrutan')
grid on
```

Halaman ini sengaja dikosongkan.

LAMPIRAN W
Listing Program Pengaruh Nilai Aset terhadap Peluang Kebangkrutan Perusahaan

```
sigma  = 0.086908;
B    = 13229294;
T    = 1;
t    = 0;
tau = T-t;
r   = 0.032368;

for i = 1:100
    A(i) = i*100000
    d2(i) = (log(A(i)/B)+(r-0.5*(sigma^2))*tau)/(sigma*(tau^0.5))
    P(i)  = normcdf(-d2(i))
end

plot(A,P,'r', 'LineWidth', 2)
xlabel ('Nilai Aset')
ylabel ('Peluang Kebangkrutan')
legend ('Peluang Kebangkrutan')
grid on
```

Halaman ini sengaja dikosongkan.

Biodata Penulis

Penulis bernama Halimatus Sa'diyah, lahir di Kediri, 5 Januari 1997. Jenjang pendidikan formal yang ditempuh oleh penulis dimulai dari RA Al-Hikmah Sidowarek Ngoro (2000-2002), MI Miftahul Huda Sambirejo (2002-2008), MTs Negeri 1 Pare (2008-2011), MAN 3 Kota Kediri (2011-2014). Setelah lulus dari MAN 3 Kota Kediri penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Departemen Matematika ITS pada tahun 2014-sekarang melalui jalur SBMPTN dengan NRP 06111440000090. Di Departemen Matematika ITS penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Selain aktif kuliah, penulis juga aktif berorganisasi di KM ITS melalui KOPMA dr. Angka ITS sebagai staff Bidang Bisnis (2015-2016), Asisten Bidang Bisnis (2016-2017), dan pada tahun terakhir aktif sebagai Ketua Bidang Personalia (2017-2018). Kemudian juga aktif sebagai staff Departemen *Social Development* HIMATIKA ITS(2015-2016). Selain itu, penulis juga aktif dalam berbagai acara kemahasiswaan yaitu ITS MENGAJAR sebagai Pengajar Tangguh *batch* 2, OMITS, dan dalam pelatihan kemahasiswaan seperti LKMM Pra-TD, DIKLATSAR dan DIKLATMEN perkoperasian mahasiswa.

Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: *sadiyahalimatus7@gmail.com*